# **Bayreuther Testpaket**

zur Erfassung von Rechenschwäche im Mathematikunterricht





GEFÖRDERT VOM



Die Universität Bayreuth wird im Rahmen der gemeinsamen "Qualitätsoffensive Lehrerbildung" von Bund und Ländern aus Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung gefördert.

## **Impressum**

#### Bayreuther Testpaket zur Erfassung von Rechenschwäche im Mathematikunterricht

Mathematikdidaktik im Kontext, Nr. 8

Bayreuth, 2022

ISSN 2568-0331

#### Elektronische Fassung unter:

https://epub.uni-bayreuth.de/view/series/Mathematikdidaktik\_im\_Kontext.html

#### Autoren

Dr. Annalisa Steinecke und Maximilian Martin

Annalisa.Steinecke@uni-bayreuth.de Maximilian.Martin@uni-bayreuth.de

Universität Bayreuth Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik Universitätsstraße 30 95440 Bayreuth

www.dmi.uni-bayreuth.de

#### Herausgeber

Carsten Miller und Volker Ulm Universität Bayreuth Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik Universitätsstraße 30 95440 Bayreuth

www.dmi.uni-bayreuth.de

#### **Bilder**

Lizenziert von https://stock.adobe.com

Bildnummern 228475319, 315723968, 68111996, 197909524, 64948892, 515869634, 396780260, 300685803, 209992733, 47138705, 435822129, 431324664, 16853269, 368034225.

## **Inhalt**

Vorwort	1
1. Einleitung	2
2. Fachdidaktischer Hintergrund	3
2.1 Klärung des Begriffs Rechenschwäche	3
2.2 Diagnostik von Rechenschwäche	4
2.3 Förderansätze zur Überwindung von Rechenschwäche	5
3. Das Bayreuther Testpaket zur Erfassung von Rechenschwäche im Mathematikunterricht	6
3.1 Überblick über das Bayreuther Testpaket	6
3.2 Konzeptionelle Grundlagen des Bayreuther Testpakets	7
3.3 Einsatz des Bayreuther Testpakets	8
3.4 Inhaltliche Struktur des Bayreuther Testpakets	9
4. Der Bayreuther Rechentest (BRT)	. 11
4.1 Entwicklung des Bayreuther Rechentests	. 11
4.2 Aufbau des Bayreuther Rechentests	. 11
4.3 Durchführung des Bayreuther Rechentests	. 16
4.4 Auswertung des Bayreuther Rechentests	. 16
4.5 Potenziale und Grenzen des Bayreuther Rechentests	. 17
5. Die Bayreuther Förderdiagnostik (BFD)	. 18
5.1 Entwicklung der Bayreuther Förderdiagnostik	. 18
5.2 Aufbau der Bayreuther Förderdiagnostik	. 19
5.3 Durchführung der Bayreuther Förderdiagnostik	. 24
5.4 Auswertung der Bayreuther Förderdiagnostik	. 26
5.5 Potenziale und Grenzen der Bayreuther Förderdiagnostik	. 27
6. Schlussbetrachtung	. 28
7. Literaturverzeichnis	. 29
Dank	. 30
Anhang	21

#### **Vorwort**

Die vorliegende Handreichung ist in erster Linie für Mathematik-Lehrkräfte geschrieben. Sie beinhaltet zwei diagnostische Verfahren zur Erfassung von Rechenschwäche, die kostenfrei verwendet werden dürfen.

Mithilfe der Bayreuther Testverfahren sollen Lehrkräfte dazu befähigt werden, bei Schülerinnen und Schülern besonderen Förderbedarf im Bereich des arithmetischen Basisstoffs zu erkennen. Die beiden diagnostischen Verfahren verfolgen dabei nicht das Ziel, ein Attest "Rechenschwäche" auszustellen, das etwa für die Finanzierung einer außerschulischen Therapie genutzt werden kann. Vielmehr soll die vorliegende Handreichung Mut machen, die Diagnostik von Rechenschwäche als ureigene Aufgabe von Mathematik-Lehrkräften zu sehen, damit betroffene Schülerinnen und Schüler im Rahmen des Mathematikunterrichts fortan zielgerichtet unterstützt werden können.

Im Anhang dieses Hefts finden sich alle Dokumente, die für die Durchführung und Auswertung der beiden diagnostischen Verfahren benötigt werden. Diese stehen unter



https://rechenschwaeche.uni-bayreuth.de

zudem als separate pdf-Dokumente zum Download zur Verfügung, damit Kopien für den Praxiseinsatz angefertigt werden können.

#### Abschließend der Hinweis:

Wenn in diesem Heft von Schülerinnen und Schülern, Lehrkräften, Eltern etc. gesprochen wird, sind damit jeweils Personen jeglichen Geschlechts gemeint.



## 1. Einleitung

Die Bildungsstandards und Lehrpläne unseres Schulsystems sehen vor, dass die Kinder in der Grundschule tragfähige Vorstellungen zu den natürlichen Zahlen und zu den vier Grundrechenarten entwickeln. Dies gelingt jedoch nicht immer in hinreichendem Maße.

Ein nennenswerter Anteil an Schülerinnen und Schülern verlässt die Grundschule, ohne ein tragfähiges Verständnis für natürliche Zahlen, für das dezimale Stellenwertsystem, für Rechenoperationen und Rechenstrategien aufgebaut zu haben. Derartige Verständnisdefizite werden unter dem Begriff Rechenschwäche zusammengefasst.

Rechenschwäche ist allerdings keine generelle Mathematikschwäche und bedeutet nicht, dass Betroffene im Fach Mathematik überhaupt nichts verstehen oder ausschließlich schlechte Noten haben. Im Gegenteil: Rechenschwache Schülerinnen und Schüler können die Grundschule durch Auswendiglernen von Ergebnissen, ein gutes Gedächtnis und fleißiges Üben durchaus mit einer Note 3 im Fach Mathematik abschließen (vgl. Ulm 2020). Damit stehen ihnen grundsätzlich alle Schularten der Sekundarstufe offen.

Im Mathematikunterricht der Sekundarstufe stehen diese Schülerinnen und Schüler dann jedoch vor nahezu unüberwindbaren Problemen: Wie sollen sie zum Beispiel mit negativen Zahlen, Brüchen, Variablen und Termen umgehen, wenn ihnen die hierfür notwendigen Grundlagenkenntnisse zu den natürlichen Zahlen fehlen? Durch reines Auswendiglernen und Üben kommen sie irgendwann nicht mehr weiter.

Mathematik-Lehrkräfte stehen in der Sekundarstufe folglich vor der diagnostischen Frage: Liegen die schwachen Mathematikleistungen in einem mangelnden Verständnis für die stofflichen Inhalte der Sekundarstufe begründet oder beruhen sie auf Defiziten aus der Grundschulmathematik?

Um letztgenannte Schwierigkeiten sensibel erkennen und um Schülerinnen und Schülern wirkungsvoll helfen zu können, benötigen Lehrkräfte diagnostische Instrumente, die im Rahmen des Mathematikunterrichts eingesetzt werden können.

Genau zu diesem Zweck wurde das *Bayreuther Testpaket zur Erfassung von Rechenschwäche im Mathematikunterricht* entwickelt. Es ermöglicht eine differenzierte Bestimmung der Bereiche, in denen individuelle Schwierigkeiten vorliegen und soll Lehrkräften festen Boden unter den Füßen geben, um auf diesem Fundament zielgerichtet weiterarbeiten zu können.



## 2. Fachdidaktischer Hintergrund

## 2.1 Klärung des Begriffs Rechenschwäche

Besondere Schwierigkeiten beim Lernen von Mathematik werden in verschiedenen Fachdisziplinen unterschiedlich bezeichnet. In medizinisch-psychologischen Zugängen wird zum Beispiel mit Begriffen wie *Dyskalkulie, Kalkulasthenie* oder *Rechenstörung* gearbeitet; in der Mathematikdidaktik und in pädagogischen Kontexten ist insbesondere der Begriff *Rechenschwäche* verbreitet. Dieser bringt zum Ausdruck, dass Rechenschwäche keine unheilbare Krankheit ist, sondern durch gezieltes Training gemindert oder sogar überwunden werden kann (vgl. Ulm 2018).

Das Phänomen *Rechenschwäche* wird in der Fachliteratur unterschiedlich beschrieben (vgl. Gaidoschik et al. 2021; Ulm 2020; Gerster & Schultz 2004; Schipper et al. 2011; Moser Opitz 2013). Den Bayreuther Testverfahren wurde das folgende Begriffsverständnis zugrunde gelegt:

Der Begriff Rechenschwäche bezeichnet gravierende und anhaltende Defizite beim

- Verständnis der natürlichen Zahlen,
- Verständnis des Stellenwertsystems,
- Verständnis der Rechenoperationen.

Rechenschwäche bezieht sich somit auf die arithmetischen Lerninhalte der ersten vier Schuljahre, die sich auf das Mathematiklernen in der Sekundarstufe auswirken und von den Schülerinnen und Schülern als Voraussetzung für den weiteren Lernprozess grundlegend erfasst werden müssen. Fehlen diese, so kann der aufbauend hinzukommende Stoff allenfalls als unverstandenes Regelwerk gelernt werden (vgl. Gaidoschik et al. 2021). Die besonderen Schwierigkeiten können sich dabei in einem, in zwei oder sogar in allen drei genannten Bereichen manifestieren. Rechenschwache Schülerinnen und Schüler sind damit in der Sekundarstufe substanziell daran gehindert, die vielfältigen Lernziele des Mathematikunterrichts zu erreichen (vgl. Ulm 2020).

Gemäß dem obigen Begriffsverständnis lässt sich als Fazit der entsprechenden Angaben in der Fachliteratur festhalten, dass ca. 5 % der Grundschülerinnen und Grundschüler von Rechenschwäche betroffen sind (vgl. Ulm 2018). Dies entspricht im Schnitt also etwa einem Kind pro Klasse.



Auch wenn es bereits viele Ansätze und Maßnahmen gibt, Kindern und Jugendlichen bei der Überwindung der Rechenschwäche wirksam zu helfen, stehen solche Angebote bislang noch nicht flächendeckend zur Verfügung. Aus diesem Grund ist aktuell nicht davon auszugehen, dass der Anteil an rechenschwachen Schülerinnen und Schülern in der Sekundarstufe viel geringer ist (vgl. Ulm 2020).

Die für Rechenschwäche typischen Denkweisen, Defizite und Strategien, die sich im Grundschulalter zeigen, sind in der Sekundarstufe ebenfalls anzutreffen (vgl. Krajewski & Ennemoser 2010; Moser Opitz 2013; Prediger et al. 2019).

## 2.2 Diagnostik von Rechenschwäche

Eine wirksame Förderung zur Überwindung der Rechenschwierigkeiten setzt zunächst eine fundierte und umfassende Diagnostik voraus, die den individuellen Förderbedarf des einzelnen Kindes aufzeigt und dabei hilft, das pädagogisch-didaktische Handeln zu fokussieren und zu strukturieren. Bei der Diagnostik von Rechenschwäche sind unter anderem die zwei folgenden Zugänge voneinander abzugrenzen:

#### **Produktorientierte Diagnostik**

Bei einer produktorientierten Diagnostik werden schematisierte Rechentests eingesetzt, die schriftlich auf Papier oder an einem Computer bearbeitet werden. Diese Rechentests enthalten kurze mathematische Aufgaben, die jeweils spezifische arithmetische Fähigkeiten erfordern (z. B. Erfassung von Anzahlen, Größenvergleich, Addieren, Subtrahieren). Bei der Auswertung wird lediglich überprüft, ob das Endergebnis korrekt ist; Rechenwege oder Teilschritte der Lösungsfindung werden nicht berücksichtigt. Aus der Anzahl der richtigen bzw. falschen Endergebnisse wird schließlich eine Aussage über die Rechenfähigkeiten getroffen.

Ist ein solcher Rechentest standardisiert, so können individuelle Testergebnisse eines Kindes mit denen einer zuvor untersuchten, repräsentativen Stichprobe von Gleichaltrigen verglichen werden. In der Folge erhält man Angaben, wie ein getestetes Kind bezüglich der arithmetischen Fähigkeiten im Vergleich zur Gesamtpopulation der Gleichaltrigen steht.

Produktorientierte Rechentests geben somit fundierte Hinweise darauf, welche Schülerinnen und Schüler potenziell rechenschwach sind und eine spezifische Förderung benötigen. Im schulischen Kontext haben sie insbesondere den Vorteil, dass sie in einer großen Lerngruppe (z. B. in einer ganzen Klasse oder einer gesamten Jahrgangsstufe) eingesetzt werden können, da die Durchführung, Korrektur und Auswertung einen vergleichsweise geringen Zeitaufwand erfordert. Weil die Rechenwege bei der Auswertung nicht einbezogen werden, geben produktorientierte Rechentests jedoch kaum Aufschluss darüber, welche individuellen (Fehl-)Vorstellungen und fehlerhaften Strategien beim Rechnen genutzt werden. Sie erfassen also die Endprodukte, nicht die Prozesse des Denkens. Damit können sie zwar aufzeigen, bei welchen Aufgabentypen falsche Ergebnisse entstehen, aber nicht warum. Für die Ableitung konkreter Fördermaßnahmen ist ein produktorientiertes Diagnoseverfahren deshalb nur bedingt geeignet.

#### **Prozessorientierte Diagnostik**

Bei einer prozessorientierten Diagnostik wird eine mathematikdidaktische Analyse der individuellen Gedankengänge des Kindes durchgeführt, meist in Form eines leitfadengestützten Einzelgesprächs. Die diagnostizierende Person stellt dazu kurze mathematische Aufgaben, die – wie auch im Fall der produktorientierten Rechentests – jeweils spezifische arithmetische Fähigkeiten erfordern. Das Kind soll seine Lösungswege dabei verbalisieren und wird durch gezielte Nachfragen immer wieder zum "Lauten Denken" angeregt. Die Bearbeitungsprozesse werden unter fachdidaktischen Gesichtspunkten beobachtet, im Interviewprotokoll notiert und bei der qualitativen Auswertung interpretiert und zusammengefasst. Mit derartigen Verfahren werden die Denkwege der Kinder also differenziert ergründet. Ausgehend von diesen Ergebnissen lassen sich inhaltlich passgenaue Förderansätze ableiten.

Bei der Diagnostik von Rechenschwäche spielen prozessorientierte Verfahren also eine besonders tragende Rolle, weil sie als Grundlage für weiterführende Interventionsmaßnahmen dienen. Die Analyse der individuellen Gedankengänge der einzelnen Schülerinnen und Schüler erfordert allerdings viel Zeit, die im schulischen Kontext nur in begrenztem Maße zur Verfügung steht.

## 2.3 Förderansätze zur Überwindung von Rechenschwäche

Beim Lernen von Mathematik spielt das regelmäßige Üben eine wichtige Rolle. Inhaltliches Wissen wird durch Üben gefestigt, Rechenstrategien werden verankert, Rechenverfahren automatisiert. Es erscheint deshalb naheliegend, Schülerinnen und Schüler mit Rechenschwäche zu verstärktem Üben anzuhalten.

Eine solche Sichtweise greift jedoch zu kurz und kann sogar eher schaden als nützen. Wenn das Kind einfach nur verstärkt üben soll, ohne dass dies mit der Entwicklung von tragfähigen Grundvorstellungen zum Umgang mit natürlichen Zahlen verbunden ist, so werden die fehlerhaften Denkweisen nämlich nur verfestigt. In der Folge wird das Kind zunehmend Rechnungen auswendig lernen, ohne sie zu verstehen. Weil die Fehlvorstellungen und Defizite auf diese Weise erhalten bleiben und transferfähiges Wissen fehlt, wird das Kind in ungewohnten Rechensituationen, zum Beispiel in neuen Zahlenräumen bzw. höheren Jahrgangsstufen, irgendwann zwangsläufig scheitern (vgl. Ulm 2020).

Rechenschwäche kann durch bloßes Üben oder undifferenziertes Weiterlernen im regulären Unterricht also nicht ausgeglichen werden. Betroffene Schülerinnen und Schüler benötigen eine spezielle fachdidaktische und pädagogische Förderung, in deren Rahmen die drei zentralen Inhaltsbereiche des arithmetischen Basisstoffs nachträglich aufgearbeitet werden (vgl. z. B. Moser Opitz et al. 2017; Prediger et al. 2019; Wartha 2009). Solche Fördermaßnahmen sollten am besten im Einzelsetting oder in Kleingruppen realisiert werden, damit an der jeweiligen Verständnisbruchstelle angesetzt und ausreichend differenziert an den individuellen Schwierigkeiten gearbeitet werden kann.

Mathematikdidaktisch fundierte Hilfestellungen konzentrieren sich somit sowohl in der Primar- als auch in der Sekundarstufe auf den systematischen Aufbau von tragfähigen Grundvorstellungen zu den natürlichen Zahlen, zum Stellenwertsystem und zu den Rechenoperationen. Diagnostische Verfahren zur Erfassung von Rechenschwäche müssen sich folglich auch in der Sekundarstufe auf diese drei Inhaltsbereiche beziehen, in denen die besonderen Schwierigkeiten typischerweise auftreten.



## 3. Das Bayreuther Testpaket zur Erfassung von Rechenschwäche im Mathematikunterricht

Im folgenden Kapitel wird das Bayreuther Testpaket zur Erfassung von Rechenschwäche im Mathematikunterricht vorgestellt. Eine ausführliche Beschreibung der beiden diagnostischen Verfahren, die das Bayreuther Testpaket beinhaltet, wird in den nachfolgenden Kapiteln angeführt.

## 3.1 Überblick über das Bayreuther Testpaket

#### Intention

Das Bayreuther Testpaket bietet Lehrkräften im Rahmen des Mathematikunterrichts gezielte Unterstützung hinsichtlich der folgenden Aspekte:

- Identifikation und Auswahl von Schülerinnen und Schülern, die eine spezifische Förderung zur Überwindung von Rechenschwäche benötigen
- Ermittlung des individuellen Förderbedarfs von rechenschwachen Schülerinnen und Schülern
- Ableitung von individualisierten und defizitspezifischen Fördermaßnahmen zur Überwindung der Rechenschwäche

#### **Testinventar**

Das Bayreuther Testpaket umfasst zwei aufeinander abgestimmte diagnostische Verfahren, die in zwei aufeinander folgenden Schritten durchgeführt werden:

#### Bayreuther Testpaket zur Erfassung von Rechenschwäche im Mathematikunterricht

#### Bayreuther Rechentest (BRT)

- Produktorientierte Diagnostik
- Schriftlicher Paper-Pencil-Test
- Quantitative Auswertung
- Dauer: ca. 40 Minuten

#### Bayreuther Förderdiagnostik (BFD)

- Prozessorientierte Diagnostik
- Mündliches Leitfaden-Interview
- Qualitative Auswertung
- Dauer: ca. 40 bis 50 Minuten

#### **Teststruktur**

Die Testaufgaben des Bayreuther Rechentests und der Bayreuther Förderdiagnostik beziehen sich gemäß dem Begriffsverständnis von Rechenschwäche auf den arithmetischen Basisstoff, also auf die Lehrplaninhalte der Jahrgangsstufen 1 bis 4. Die beiden Verfahren umfassen jeweils 24 eng aufeinander abgestimmte Aufgaben, die das Verständnis der natürlichen Zahlen, des Stellenwertsystems und der Rechenoperationen überprüfen.

#### **Einsatzbereich**

Mit dem Bayreuther Testpaket können Mathematik-Lehrkräfte im regulären Schulalltag die vorhandenen bzw. fehlenden arithmetischen Basiskompetenzen der Schülerinnen und Schüler ermitteln. Die Durchführung der diagnostischen Verfahren ist in der Sekundarstufe sowie bereits beim Übergang in die Sekundarstufe vorgesehen.

## 3.2 Konzeptionelle Grundlagen des Bayreuther Testpakets

Die Konzeption des Bayreuther Testpakets basiert zunächst auf den folgenden Grundannahmen:

#### Rechenschwäche als Angelegenheit der Schule

Es ist eine zentrale Aufgabe des Staates und des Schulsystems, *alle* Kinder möglichst optimal zu fördern – insbesondere also auch diejenigen mit Rechenschwäche. Schlüsselpersonen sind dafür die Mathematik-Lehrkräfte in der Schule. Sie sind aufgrund ihrer beruflichen Expertise und ihrer fundierten Aus- und Fortbildung in ihren Fächern, den Fachdidaktiken und den Erziehungswissenschaften Fachleute für fachbezogenes Lehren und Lernen. Die Förderung von rechenschwachen Schülerinnen und Schülern sollte somit eine selbstverständliche Aufgabe der Schule sein (vgl. Ulm 2020).

#### Diagnostik von Rechenschwäche im Mathematikunterricht

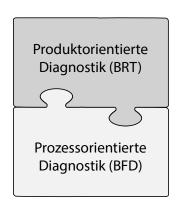
Um rechenschwache Schülerinnen und Schüler wirksam fördern zu können, bedarf es zunächst einer aussagekräftigen Diagnostik, die individuelle Schwierigkeiten im Bereich des arithmetischen Basisstoffs offensichtlich werden lässt. Der Begriff *Diagnostik* erinnert dabei an medizinische oder psychologische Kontexte und mag auf Lehrkräfte zunächst etwas abschreckend wirken. Pädagogische Diagnostik ist jedoch ein ganz natürlicher Bestandteil des Lehrberufs und erfolgt tagtäglich, wenn Lehrkräfte zum Beispiel Lernausgangslagen, Leistungsstände oder Förderbedarfe ihrer Schülerinnen und Schüler ermitteln (vgl. Ulm & Zehnder 2020). Die Diagnostik von Rechenschwäche sollte daher, ähnlich wie die Diagnostik besonderer Begabungen, als Aufgabe einer jeden Mathematik-Lehrkraft gesehen werden.

#### Synthese aus produktorientierter und prozessorientierter Diagnostik

Bei der Konstruktion des Bayreuther Testpakets wurde das Ziel verfolgt, ein diagnostisches Instrument zur Erfassung von Rechenschwäche zu entwickeln, das von Mathematik-Lehrkräften möglichst niederschwellig im regulären Schulalltag eingesetzt werden kann.

Aus dieser Intention entstand das Konzept einer zweistufigen, aufeinander abgestimmten Diagnostik, die ein schematisiertes schriftliches Screening-Verfahren (BRT) mit einer informellen Denkanalyse in Form eines leifadengestützten Einzel-Interviews (BFD) verbindet.

Die resultierende Kombination aus produkt- und prozessorientierter Diagnostik liefert über die Identifikation von rechenschwachen Schülerinnen und Schülern hinaus auch tiefgreifendere Einsichten in deren individuelle Denk- und Arbeitsweisen, aus denen passgenaue Förderansätze abgeleitet werden können.



Die beiden Verfahren können ihre Stärken auf diese Weise optimal einbringen, sodass die Limitationen des einen Verfahrens durch das jeweils andere ausgeglichen werden können.

#### Förderkapazität der Schule als Entscheidungskriterium

Die Anzahl an Schülerinnen und Schülern, denen eine individuelle Förderung zur Überwindung der Rechenschwäche im Einzelsetting oder in Kleingruppen angeboten werden kann, hängt maßgeblich von der personellen Kapazität der jeweiligen Schule ab. Die Frage, wie viele Schülerinnen und Schüler mithilfe des Bayreuther Testpakets für eine Fördermaßnahme ausgewählt werden sollen, kann daher nicht normativ vorgegeben werden. Die Zahl der zu fördernden Kinder und Jugendlichen bestimmt stattdessen jede Schule in Abhängigkeit von ihrer Förderkapazität für sich selbst. Die Ergebnisse der Bayreuther Testverfahren liefern substanzielle Anhaltspunkte, wie viele und welche Schülerinnen und Schüler eine Förderung benötigen.

## 3.3 Einsatz des Bayreuther Testpakets

#### **Anwendungsbereich des Bayreuther Testpakets**

Das Bayreuther Testpaket sollte idealerweise beim Übergang von der Primar- in die Sekundarstufe eingesetzt werden, um rechenschwache Schülerinnen und Schüler in den weiterführenden Schulen möglichst frühzeitig identifizieren und in der Folge gezielt unterstützen zu können.

#### Zielgruppe des Bayreuther Testpakets

Da die beiden diagnostischen Verfahren von Lehrkräften im Kontext des Mathematikunterrichts eingesetzt werden, wurden die speziellen Erfordernisse und Bedürfnisse dieser Zielgruppe bei der Konstruktion berücksichtigt.

So wurde etwa darauf geachtet, dass sowohl der Bayreuther Rechentest als auch die Bayreuther Förderdiagnostik mit geringem Zusatzaufwand vorbereitet, im Rahmen einer regulären Unterrichtsstunde durchgeführt und zeitökomisch ausgewertet werden kann.

#### Sequenzielle Durchführung der Bayreuther Testverfahren

Die beiden diagnostischen Verfahren des Bayreuther Testpakets werden in zwei aufeinanderfolgenden Schritten durchgeführt:



#### 1. Schritt: Bayreuther Rechentest (BRT)

Um die potenziell rechenschwachen Schülerinnen und Schüler über eine gesamte Schulklasse oder Jahrgangsstufe hinweg ermitteln zu können, wird in einem ersten Schritt der Bayreuther Rechentest (BRT) als produktorientiertes Screening eingesetzt.

Auf diese Weise wird eine Vorauswahl getroffen, welche Schülerinnen und Schüler eine gezielte Förderung zur Überwindung der Rechenschwäche benötigen. Insgesamt kristallisiert sich auf diese Weise eine Teilgruppe aus Kandidatinnen und Kandidaten heraus, die für eine spezifische Förderung infrage kommen.

#### 2. Schritt: Bayreuther Förderdiagnostik (BFD)

Um die mithilfe des Bayreuther Rechentests getroffene Vorauswahl zu bestätigen und darüber hinaus den individuellen Förderbedarf der als potenziell rechenschwach identifizierten Schülerinnen und Schüler zu erfassen, wird mit den ausgewählten Kandidatinnen und Kandidaten in einem zweiten Schritt die Bayreuther Förderdiagnostik (BFD) durchgeführt.

Auf diese Weise wird zum einen eine finale Auswahl getroffen, welche Schülerinnen und Schüler an einer zielgerichteten Förderung teilnehmen sollen; zum anderen erhält die Lehrkraft dadurch detaillierte Einblicke in die individuellen Denk- und Arbeitsweisen der Kinder und kann das resultierende Fähigkeitsprofil zur Konzeption der zukünftigen Fördermaßnahmen nutzen.

Obwohl das Bayreuther Testpaket als zweistufiges Gesamtkonzept intendiert ist, können die beiden Testverfahren auch unabhängig voneinander eingesetzt werden.

## 3.4 Inhaltliche Struktur des Bayreuther Testpakets

Das Bayreuther Testpaket zeichnet sich insbesondere durch die inhaltliche Abstimmung von produkt- und prozessorientierter Diagnostik aus. Um die Erkenntnisse aus dem Bayreuther Rechentest und aus der Bayreuther Förderdiagnostik zur Bestimmung des individuellen Förderbedarfs miteinander verbinden zu können, wurde den beiden diagnostischen Verfahren eine einheitliche inhaltliche Struktur zugrunde gelegt:

Kategorie	Lernbereich	Fokussierter Lerninhalt	Aufgabe
Verständnis der natürlichen Zahlen	Kardinaler Zahlaspekt	Mengenvergleich	1
		Mengenbeurteilung	2
	Ordinaler Zahlaspekt	Zählfertigkeiten	3
		Zahlenstrahl	4
	Zahl- beziehungen	Zahlzerlegung	5
		Halbieren und Verdoppeln	6
	Dekadisches Bündelungsprinzip	Dekadisches Entbündeln	7
		Dekadisches Bündeln	8
Verständnis des	Stellenwert- verständnis	Dekadisches Stellenwertsystem	9
Stellenwert- systems		Große Zahlen	10
	Nutzen von Stellen- wertbeziehungen	Stellenwertbezogene Seriation	11
		Stellenwertbezogener Transfer	12
	Addition	Operationsverständnis der Addition	13
		Beherrschen der Addition	14
		Ergänzungsaufgaben zur Addition	15
	Subtraktion	Operationsverständnis der Subtraktion	16
Verständnis der		Beherrschen der Subtraktion	17
		Ergänzungsaufgaben zur Subtraktion	18
Rechen- operationen	Multiplikation	Operationsverständnis der Multiplikation	19
operationen		Beherrschen der Multiplikation	20
		Ergänzungsaufgaben zur Multiplikation	21
	Division	Operationsverständnis der Division	22
		Beherrschen der Division	23
		Ergänzungsaufgaben zur Division	24

Dem obigen Begriffsverständnis von Rechenschwäche entsprechend gliedert sich sowohl der Bayreuther Rechentest als auch die Bayreuther Förderdiagnostik also zunächst in die drei zentralen Inhaltsbereiche des arithmetischen Basisstoffs, sprich in die folgenden Kategorien:

- I. Verständnis der natürlichen Zahlen
- II. Verständnis des Stellenwertsystems
- III. Verständnis der Rechenoperationen

Jede Kategorie gliedert sich sodann in verschiedene Lernbereiche, die im Hinblick auf eine differenzierte Erfassung der Rechenschwierigkeiten zentral erscheinen.

In jedem Lernbereich werden anhand der einzelnen Aufgaben schließlich verschiedene Lerninhalte überprüft, die bei der Bearbeitung jeweils im Fokus stehen. Die Aufgaben erfordern jeweils spezifische arithmetische Fähigkeiten und zeichnen sich im Zusammenhang mit Rechenschwäche durch ein hohes diagnostisches Potenzial aus, da sie typische Fehlermuster provozieren und von rechenschwachen Schülerinnen und Schülern mit hoher Wahrscheinlichkeit fehlerhaft bearbeitet werden.

Damit die diagnostischen Einsichten aus dem Bayreuther Rechentest und der Bayreuther Förderdiagnostik effektiv zueinander in Beziehung gesetzt werden können, wird in den Aufgaben der beiden Verfahren jeweils derselbe Lerninhalt fokussiert. Die Nummerierungen der Aufgaben stimmen dabei überein, sodass die Ergebnisse einander unmittelbar gegenübergestellt werden können.

Durch die Synthese der diagnostischen Verfahren des Bayreuther Testpakets ergibt sich auf diese Weise ein differenziertes und umfassendes Bild der individuellen Schwierigkeiten in den einzelnen Teilbereichen des arithmetischen Basisstoffs, das den Ausgangspunkt für individualisierte Interventionsmaßnahmen darstellen kann.

In den folgenden Kapiteln werden zuerst der Bayreuther Rechentest und anschließend die Bayreuther Förderdiagnostik im Detail beschrieben.



## 4. Der Bayreuther Rechentest (BRT)

Der Bayreuther Rechentest (BRT) ist ein kriterienorientierter Paper-Pencil-Test, der mathematische Basiskompetenzen im Bereich der natürlichen Zahlen überprüft und so Defizite, die auf eine Rechenschwäche hindeuten, aufdeckt.

Im Gegensatz zu den gängigen standardisierten Testverfahren zur Feststellung einer Rechenschwäche, wie beispielsweise dem Eggenberger Rechentest (Schaupp, Lennart & Holzer 2020) oder der Bamberger Dyskalkuliediagnostik (Merdian, Merdian & Schardt, 2015), wendet sich der Bayreuther Rechentest an Mathematik-Lehrkräfte, damit diese Schülerinnen und Schüler mit spezifischem Förderbedarf ausfindig machen können. Das Ziel des Bayreuther Rechentests besteht somit in der Identifikation von rechenschwachen Schülerinnen und Schülern im Sinne eines Screenings, ohne dabei eine abschließende Diagnose von Rechenschwäche zu stellen.

## 4.1 Entwicklung des Bayreuther Rechentests

#### Zusammenstellung der Testaufgaben

Bei der Konstruktion des Bayreuther Rechentests wurde eine theoriebasierte Zusammenstellung der Testaufgaben vollzogen, bei der die konzeptionellen Zielsetzungen berücksichtigt wurden. In einem ersten Schritt wurden hierzu gängige Aufgabenformate zur Überprüfung des arithmetischen Basisstoffs gesammelt und den einzelnen Bereichen des zugrunde gelegten Kategoriesystems zugeordnet. Geschlossene Aufgabenformate erhielten dabei den Vorzug, um eine objektive Auswertung des Rechentests zu gewährleisten. In einem zweiten Schritt wurden konkrete Aufgaben erarbeitet, die sich durch ein spezifisches diagnostisches Potenzial im Hinblick auf die bei Rechenschwäche charakteristischen Problemfelder auszeichnen. Die Aufgaben des Bayreuther Rechentests und die der Bayreuther Förderdiagnostik sind allesamt eng aufeinander abgestimmt, sodass die Ergebnisse der beiden Verfahren zueinander in Beziehung gesetzt werden können.

#### **Pilotierung**

Der auf diese Weise zusammengestellte Aufgabenpool wurde im Zuge einer zweistufigen Pilotierung in der Sekundarstufe erprobt. Die erste Stichprobe umfasste 143 Schülerinnen und Schüler verschiedener bayerischer Schularten am Ende der 6. Jahrgangsstufe (Mittelschule: n = 57, Realschule: n = 34, Gymnasium: n = 52). Anhand der dabei gewonnenen Erkenntnisse wurden die gewählten Aufgaben zielgerichtet überarbeitet.

Der optimierte Rechentest wurde im Rahmen einer zweiten Erprobung mit 890 Schülerinnen und Schülern verschiedener bayerischer Schularten zu Beginn der 5. Jahrgangsstufe durchgeführt (Mittelschule: n = 322, Realschule: n = 153, Gymnasium: n = 415) und schließlich ein weiteres Mal datenbasiert überarbeitet.

## **4.2 Aufbau des Bayreuther Rechentests**

#### **Layout des Rechentests**

Die Aufgaben des Bayreuther Rechentests werden von den Schülerinnen und Schülern ausschließlich auf den Testheften und möglichst im Kopf bearbeitet. Mit dem Zweck einer effizienten Auswertung werden die Aufgaben entweder durch Eintragen des jeweiligen Endergebnisses in die vorgegebenen Leerstellen oder durch Ankreuzen der zutreffenden Antwortoption(en) gelöst. An einigen Stellen steht zudem Platz für Überlegungen und Teilschritte zur Verfügung, obwohl diese nicht in die Bewertung eingehen.

#### Beschreibung der Testaufgaben

Der Bayreuther Rechentest umfasst insgesamt 24 auf die Bayreuther Förderdiagnostik abgestimmte Aufgaben, die vorhandenes bzw. fehlendes Verständnis für natürliche Zahlen, das Stellenwertsystem und die Rechenoperationen erheben. Die einzelnen Aufgaben werden im Folgenden vorgestellt.

#### Aufgabe 1: Mengenvergleich

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Sachsituation in Textform beschrieben: Jeweils zwei Kinder besitzen eine unterschiedliche Anzahl an Bonbons; aus drei vorgegebenen Optionen soll die zutreffende Aussage angekreuzt werden. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler gegebene Mengen miteinander vergleichen kann.

#### Aufgabe 2: Mengenbeurteilung

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Sachsituation in Textform beschrieben: Teilaufgabe a) lautet "Ein großer Laubbaum hat im Sommer 70 Blätter", Teilaufgabe b) lautet "Auf einer Wiese wachsen 1 000 Grashalme"; es soll jeweils angekreuzt werden, ob dies wenig, normal oder viel ist. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler eine gegebene Menge kontextuell beurteilen kann.

#### Aufgabe 3: Zählfertigkeiten

In jeder der beiden Teilaufgaben soll von einer gegebenen Startzahl weiter gezählt werden: In Teilaufgabe a) von 1 973 in Zehnerschritten vorwärts, in Teilaufgabe b) von 107 in Dreierschritten rückwärts. Die fehlenden Zahlen sollen jeweils in die vorgegebenen Leerstellen eingetragen werden. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler das Zählen in Sprüngen und dabei insbesondere den Stellenübergang beherrscht.

#### Aufgabe 4: Zahlenstrahl

In jeder der beiden Teilaufgaben soll die Zahl ausgewählt werden, die im markierten Ausschnitt des Zahlenstrahls liegt; aus vier Optionen soll die zutreffende angekreuzt werden. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler über eine ordinale Orientierung im Zahlenraum verfügt.

#### Aufgabe 5: Zahlzerlegung

In jeder der beiden Teilaufgaben soll eine gegebene Zahl jeweils zweimal in beliebiger Weise zerlegt werden. Anhand eines Beispiels wird demonstriert, dass dabei unterschiedliche Zerlegungen möglich sind. In Teilaufgabe a) soll die Zahl 37 zunächst in zwei beliebige und anschließend in drei Summanden zerlegt werden, wobei die Zahl 12 als erster Summand vorgegeben ist. In Teilaufgabe b) soll die Zahl 1 000 zunächst in drei Summanden zerlegt werden, wobei die Zahl 500 als zweiter Summand vorgegeben ist, und anschließend in vier Summanden zerlegt werden, wobei die Zahl 100 als erster und die Zahl 20 als dritter Summand vorgegeben sind. Die fehlenden Zahlen sollen jeweils in die vorgegebenen Leerstellen eingetragen werden. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler verschiedene Zahlzerlegungen beherrscht.

#### Aufgabe 6: Halbieren und Verdoppeln

In den Teilaufgaben a) und b) sollen die Zahlen 39 bzw. 508 verdoppelt, in den Teilaufgaben c) und d) sollen die Zahlen 76 und 340 halbiert werden. Die fehlenden Zahlen sollen jeweils in die vorgegebenen Leerstellen eingetragen werden. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler das Verdoppeln und Halbieren und dabei insbesondere den Stellenübergang beherrscht.

#### Aufgabe 7: Dekadisches Entbündeln

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Geldsumme vereinfacht dargestellt, die jeweils in 10-Euro-Scheine umgetauscht werden soll: In Teilaufgabe a) sind drei 50-Euro-Scheine und zwei 100-Euro-Scheine, in Teilaufgabe b) sind sieben 1-Euro-Münzen, ein 20-Euro-Schein und vier 100-Euro-Scheine abgebildet. Es soll jeweils angegeben werden, wie viele 10-Euro-Scheine man erhält. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler das Prinzip der dekadischen Entbündelung beherrscht.



#### Aufgabe 8: Dekadisches Bündeln

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine bestimmte Geldsumme zu sehen: In Teilaufgabe a) sind zwölf 1-Euro-Münzen, zwei 10-Euro-Scheine und vier 100-Euro-Scheine abgebildet, in Teilaufgabe b) sind elf 1-Euro-Münzen, zwei 10-Euro-Scheine, drei 50-Euro-Scheine und ein 100-Euro-Schein abgebildet. Die Münzen und Scheine sind dabei in vereinfachter Form dargestellt. Die Schülerin bzw. der Schüler soll jeweils angeben, wieviel Geld auf dem Bild insgesamt zu sehen ist. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler das Prinzip der dekadischen Bündelung im entsprechenden Kontext beherrscht.

#### Aufgabe 9: Dezimales Stellenwertsystem

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Zahl durch ihre Stellenwerte beschrieben: Die Zahl in Teilaufgabe a) besitzt 3 Zehner, 7 Tausender und 2 Einer, die Zahl in Teilaufgabe b) besitzt 37 Hunderter, 4 Einer und 5 Tausender. Die beschriebene Zahl soll in Ziffern angegeben werden. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler über ein Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems verfügt.

#### Aufgabe 10: Große Zahlen

In jeder der vier Teilaufgaben ist eine sechsstellige Zahl gegeben; durch Addition bzw. Subtraktion von 1 und 100 muss ein Stellenübergang vollzogen werden. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler über ein Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems im Zahlenraum bis zur Million verfügt.

#### Aufgabe 11: Stellenwertbezogene Seriation

In jeder der vier Teilaufgaben sind zwei Zahlen bzw. Zahlenwerte durch eine Additions- oder Subtraktionsaufgabe gegeben, die in Bezug auf ihre Größe miteinander verglichen werden sollen; es soll jeweils angekreuzt werden, ob der erste Wert kleiner, gleich oder größer als der zweite ist. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler Zahlen stellenwertbezogen nach ihrer Größe ordnen kann.

#### Aufgabe 12: Stellenwertbezogener Transfer

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Rechnung vorgegeben, bei der anschließend verschiedene Stellenwerte verändert wurden. In Teilaufgabe a) ist eine Addition gegeben, bei der sodann im zweiten Summanden eine Hunderter- und Tausenderstelle ergänzt wurde. In Teilaufgabe b) ist eine Subtraktion gegeben, bei der anschließend sowohl im Minuenden als auch im Subtrahenden die Stellenwerte um eine Stelle verschoben wurden. Das Ergebnis der abgewandelten Aufgabe soll jeweils notiert werden, wobei die vorgegebene Rechnung verwendet werden darf. Falls die Schülerin bzw. der Schüler diese nicht nutzt und stattdessen erneut rechnet, so ist aufgrund der gewählten Zahlen eine erhöhte Fehlerwahrscheinlichkeit zu erwarten. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler stellenwertbezogene Analogien zwischen den Aufgaben herstellen kann.

#### Aufgabe 13: Operationsverständnis der Addition

In Teilaufgabe a) sind zur Additionsaufgabe 12 + 4 vier verschiedene Rechengeschichten in Textform gegeben; es soll angekreuzt werden, welche beiden Optionen zur gegebenen Rechnung passen. In Teilaufgabe b) ist eine Sachsituation abgebildet; es sollen Zahlen angegeben werden, sodass die zugehörige Additionsaufgabe zum Bild passt. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler über ein Operationsverständnis bezüglich der Addition verfügt.

#### Aufgabe 14: Beherrschen der Addition

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Additionsaufgabe gegeben, deren Ergebnis bestimmt werden soll. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler die Addition zweier Zahlen mit Übertrag beherrscht.

#### Aufgabe 15: Ergänzungsaufgaben der Addition

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Ergänzungsaufgabe zur Addition gegeben: In Teilaufgabe a) muss der zweite, in Teilaufgabe b) der erste Summand angegeben werden. Die fehlenden Zahlen sollen in die Leerstellen eingetragen werden. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler Ergänzungsaufgaben der Addition lösen kann.

#### Aufgabe 16: Operationsverständnis der Subtraktion

In Teilaufgabe a) sind zur Subtraktionsaufgabe 12 - 4 vier verschiedene Rechengeschichten in Textform gegeben; es soll angekreuzt werden, welche beiden Optionen zur gegebenen Rechnung passen. In Teilaufgabe b) ist eine Sachsituation abgebildet; es sollen Zahlen angegeben werden, sodass die zugehörige Subtraktionsaufgabe zum Bild passt. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler über ein Operationsverständnis bezüglich der Subtraktion verfügt.

#### Aufgabe 17: Beherrschen der Subtraktion

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Subtraktionsaufgabe gegeben, deren Ergebnis bestimmt werden soll. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler die Subtraktion zweier Zahlen mit Übertrag beherrscht.

#### Aufgabe 18: Ergänzungsaufgaben der Subtraktion

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Ergänzungsaufgabe zur Subtraktion gegeben: In Teilaufgabe a) muss der Subtrahend, in Teilaufgabe b) der Minuend angegeben werden. Die fehlenden Zahlen sollen in die Leerstellen eingetragen werden. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler Ergänzungsaufgaben der Subtraktion lösen kann.

#### Aufgabe 19: Operationsverständnis der Multiplikation

In Teilaufgabe a) sind zur Multiplikationsaufgabe 12 · 4 vier verschiedene Rechengeschichten in Textform gegeben; es soll angekreuzt werden, welche beiden Optionen zur gegebenen Rechnung passen. In Teilaufgabe b) ist eine Sachsituation abgebildet; es sollen Zahlen angegeben werden, sodass die zugehörige Multiplikationsaufgabe zum Bild passt. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler über ein Operationsverständnis bezüglich der Multiplikation verfügt.

#### Aufgabe 20: Beherrschen der Multiplikation

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Multiplikationsaufgabe gegeben, deren Ergebnis bestimmt werden soll. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler die Multiplikation zweier Zahlen außerhalb des kleinen Einmaleins beherrscht.

#### Aufgabe 21: Ergänzungsaufgaben der Multiplikation

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Ergänzungsaufgabe zur Multiplikation gegeben: In Teilaufgabe a) muss der zweite, in Teilaufgabe b) der erste Faktor angegeben werden. Die fehlenden Zahlen sollen in die Leerstellen eingetragen werden. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler Ergänzungsaufgaben der Multiplikation außerhalb des kleinen Einmaleins lösen kann.

#### Aufgabe 22: Operationsverständnis der Division

In Teilaufgabe a) sind zur Divisionsaufgabe 12: 4 vier verschiedene Rechengeschichten in Textform gegeben; es soll angekreuzt werden, welche beiden Optionen zur gegebenen Rechnung passen. In Teilaufgabe b) ist eine Sachsituation abgebildet; es sollen Zahlen angegeben werden, sodass die zugehörige Divisionsaufgabe zum Bild passt. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler über ein Operationsverständnis bezüglich der Division verfügt.

#### Aufgabe 23: Beherrschen der Division

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Divisionsaufgabe gegeben, deren Ergebnis bestimmt werden soll. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler die Division zweier Zahlen innerhalb und außerhalb des kleinen Einmaleins beherrscht.

#### Aufgabe 24: Ergänzungsaufgaben der Division

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Ergänzungsaufgabe zur Division gegeben: In Teilaufgabe a) muss der Divisor, in Teilaufgabe b) der Dividend angegeben werden. Die fehlenden Zahlen sollen in die Leerstellen eingetragen werden. Die Aufgabe überprüft, ob die Schülerin bzw. der Schüler Ergänzungsaufgaben der Division innerhalb und außerhalb des kleinen Einmaleins lösen kann.



## 4.3 Durchführung des Bayreuther Rechentests

#### Setting

Der Bayreuther Rechentest wird von den Schülerinnen und Schülern schriftlich auf Papier bearbeitet. Er kann als Gruppentest im Klassenunterricht ohne Einschränkungen an die Teilnehmerzahl durchgeführt werden. Die Schülerinnen und Schüler dürfen hierbei nicht zusammenarbeiten und sich nicht untereinander austauschen.

#### Zeitlicher Rahmen

Die Bearbeitungszeit des Bayreuther Rechentests beträgt 40 Minuten, gegebenenfalls zuzüglich Nachteilsausgleich. Diese Beschränkung der Bearbeitungszeit ist notwendig, weil zählende Rechenstrategien durchaus zu korrekten Ergebnissen führen können; diese sind jedoch so umständlich und zeitaufwendig, dass Defizite durch die Zeitbegrenzung sichtbar werden.

#### **Erlaubte Hilfsmittel**

Zur Bearbeitung des Rechentests wird lediglich ein nicht-radierbarer Stift benötigt. Taschenrechner, Smartphones und Smartwatches dürfen hingegen nicht verwendet werden.

## 4.4 Auswertung des Bayreuther Rechentests

#### **Zeitlicher Aufwand**

Der Auswertungsaufwand beträgt etwa 10 Minuten pro Rechentest.

#### Korrektur des Bayreuther Rechentests

Die bearbeiteten Rechentests werden mithilfe des *Erwartungshorizonts* und der darin enthaltenen Korrekturhinweise korrigiert. Bewertet wird ausschließlich die Korrektheit der Endergebnisse. Halbe Punkte werden nicht vergeben.

#### Ausfüllen des Auswertungsbogens

Die in den einzelnen Aufgaben bzw. Kategorien erzielten Punkte werden anschließend auf den Auswertungsbogen übertragen und zu einer Gesamtpunktzahl aufsummiert, die zudem prozentual angegeben wird. Gegebenenfalls werden auch Besonderheiten, die bei der Korrektur der einzelnen Aufgaben aufgefallen sind, auf dem Auswertungsbogen vermerkt. Auf diese Weise ergibt sich eine übersichtliche Zusammenschau über die Stärken und Schwächen des Kindes in den einzelnen Lernbereichen, die von der Lehrkraft für die weitere Diagnostik verwendet werden kann.

#### Auswahl der zu fördernden Schülerinnen und Schüler

Die Auswahl derjenigen Schülerinnen und Schüler, die auf Basis der Ergebnisse des Bayreuther Rechentests künftig an einer spezifischen Förderung teilnehmen sollten, erfolgt aus schulorganisatorischen und pädagogischen Gründen bewusst nicht anhand eines festgelegten Schwellenwerts der erreichten Punktzahl im Rechentest. Stattdessen sollte sich die Anzahl der zu fördernden Schülerinnen und Schüler nach der pädagogischen Einschätzung der jeweiligen Lehrkraft und der Förderkapazität der jeweiligen Schule richten. Die anschließenden Fördereinheiten sollten dabei mindestens wöchentlich im Einzelsetting oder in Kleingruppen von höchstens drei Kindern stattfinden.

Wenn eine Schule es also beispielsweise einrichten kann, dass zwei Mathematik-Lehrkräfte wöchentlich je eine Fördereinheit in Dreiergruppen anbieten, so kommen dafür die sechs Schülerinnen und Schüler mit den niedrigsten Gesamtergebnissen infrage.

Eine ausführliche Anleitung zur Durchführung und Auswertung des Bayreuther Rechentests findet sich für testleitende Lehrkräfte im Dokument *Instruktionen zum Bayreuther Rechentest (BRT)*.

## 4.5 Potenziale und Grenzen des Bayreuther Rechentests

Der Bayreuther Rechentest zeichnet sich zusammenfassend vor allem dadurch aus, dass er Mathematik-Lehrkräften fundierte Hinweise liefert, welche ihrer Schülerinnen und Schüler Defizite im Bereich des arithmetischen Basisstoffs aufweisen und gegebenenfalls eine spezifische Förderung benötigen. Er kann im Rahmen einer regulären Mathematik-Stunde im Klassenverband geschrieben werden, ist korrekturfreundlich gestaltet und ermöglicht ein zügiges Vorgehen bei der Auswertung. Die Objektivität des Bayreuther Rechentests wird durch vorformulierte Instruktionen bezüglich der Durchführung und Auswertung sowie durch den einheitlichen Erwartungshorizont mit Korrekturhinweisen gewährleistet. Durch die theoriebasierte Zuordnung der Aufgaben zu den einzelnen Lernbereichen des Kategoriesystems sowie durch die Wahl von gängigen Aufgabenformaten kann überdies von einer guten inhaltlichen Validität ausgegangen werden.

Indem für die Auswertung lediglich die Endergebnisse relevant sind, liefert der Bayreuther Rechentest jedoch kaum Hinweise, warum bzw. wie fehlerhafte Ergebnisse zustande kommen. Die individuellen Fehlvorstellungen des Kindes, die es in der anschließenden Förderung abzulösen gilt, bleiben somit eventuell unentdeckt. Im Übrigen können niedrige Gesamtpunktzahlen durchaus auch andere Ursachen haben als ein mangelndes Verständnis für die mathematischen Inhalte und beispielsweise auf Flüchtigkeitsfehler, sprachliche Barrieren oder mangelnde Anstrengungsbereitschaft zurückzuführen sein.

Die Aussagekraft des Bayreuther Rechentests ist in Bezug auf die Erfassung von Rechenschwäche also begrenzt. Für eine abschließende Auswahl der zu fördernden Schülerinnen und Schüler ist es deshalb ratsam, die Testergebnisse vor dem Hintergrund der pädagogischen Einschätzungen der jeweils unterrichtenden Mathematik-Lehrkraft zu reflektieren. Auch eine zusätzliche Sichtung der Nebenrechnungen kann – obwohl sie nicht in die Bewertung eingehen – aufschlussreich sein, da diese zuweilen Rückschlüsse auf das gedankliche Vorgehen des Kindes erlauben.

Eine lösungsprozessanalytische Erfassung der individuellen Verfahrensweisen des rechenschwachen Kindes bleibt für eine langfristig wirksame Förderung, die auf die Entwicklung tragfähiger Grundvorstellungen abzielt, dennoch unerlässlich. Aus diesem Grund sieht das Bayreuther Testpaket in einem zweiten Schritt die Durchführung der Bayreuther Förderdiagnostik vor.



## 5. Die Bayreuther Förderdiagnostik (BFD)

Die Bayreuther Förderdiagnostik (BFD) ist ein prozessorientiertes diagnostisches Verfahren zur Erfassung von Rechenfertigkeiten, das mathematische Basiskompetenzen im Bereich der natürlichen Zahlen in Form eines materialgestützten Einzelgesprächs überprüft und so Defizite, die auf eine Rechenschwäche hindeuten, aufgedeckt. Die Interviewsituation im Einzelsetting ermöglicht eine fokussierte Zuwendung zum einzelnen Kind sowie eine detaillierte Erfassung seiner individuellen Gedankengänge, Lösungsstrategien und (Fehl-)Vorstellungen im Sinne einer qualitativen Denkanalyse.

Das Ziel der Bayreuther Förderdiagnostik besteht in der Erstellung differenzierter Aussagen über vorhandene bzw. fehlende mathematische Basiskompetenzen. Der individuelle Förderbedarf der Schülerin bzw. des Schülers wird dabei in einer Form offengelegt, die als Grundlage für individualisierte Fördermaßnahmen zur Überwindung der Rechenschwäche genutzt werden kann. Durch den begleitenden Einsatz von gegenständlichem Lernmaterial werden handlungsgestützte Artikulationsformen möglich, die die verbalen Äußerungen unterstützen, ergänzen oder, etwa im Fall von sprachlichen Barrieren, sogar ersetzen können.

## 5.1 Entwicklung der Bayreuther Förderdiagnostik

#### Zusammenstellung der Testaufgaben

Die Bayreuther Förderdiagnostik ähnelt in konzeptioneller Hinsicht den bewährten prozessorientierten Verfahren zur Erfassung von Rechenschwäche, beispielsweise dem Jenaer Rechentest (Grütte et al. 2013) oder dem Elementar-Mathematischen Basisinterview (Peter-Koop et al. 2012). Bei der Test-konstruktion wurde eine theoriebasierte Zusammenstellung der Testaufgaben vollzogen, bei der die konzeptionellen Zielsetzungen berücksichtigt wurden. In einem ersten Schritt wurden hierzu Aufgabenformate herangezogen, die sich bei der Pilotierung des BRT als besonders aussagekräftig erwiesen haben. Diese wurden um ergänzende Aufgabentypen bereichert, die noch tiefgreifendere Einblicke in die individuellen Gedankengänge der Schülerinnen und Schüler erlauben. Die Verwendung von gegenständlichem Lernmaterial ermöglicht dabei eine zusätzliche Veranschaulichung der Denkprozesse und liefert Impulse zum lauten Denken.

Bei der Konzeption der Testaufgaben wurde des Weiteren besonders darauf geachtet, eine schülerorientierte und zeitökonomische Durchführung des Interviews im regulären Schulbetrieb zu gewährleisten. Aus diesem Grund wurden bei einigen Aufgaben zusätzliche Differenzierungsmöglichkeiten ausgearbeitet, die der testleitenden Lehrkraft eine flexible Anpassung des Gesprächs an den individuellen Leistungsstand des interviewten Kindes ermöglichen.

Die Aufgaben der Bayreuther Förderdiagnostik sind allesamt eng auf die des Bayreuther Rechentests abgestimmt, sodass die Ergebnisse der beiden Verfahren zueinander in Beziehung gesetzt werden können.

#### **Pilotierung**

Der auf diese Weise zusammengestellte Aufgabenpool wurde im Rahmen einer zweistufigen Pilotierung in der Sekundarstufe erprobt. Die erste Stichprobe umfasste 13 Schülerinnen und Schüler verschiedener Bayerischer Schularten am Ende der 6. Jahrgangsstufe, bei denen zuvor mithilfe des Bayreuther Rechentests besondere Schwierigkeiten im Bereich des arithmetischen Basisstoffs festgestellt worden waren. Anhand der dabei gewonnenen Erkenntnisse wurde der Interview-Leitfaden zielgerichtet optimiert. Der überarbeitete Leitfaden wurde im Rahmen einer zweiten Erprobung sodann mit 120 Schülerinnen und Schülern verschiedener Schularten zu Beginn der 5. Jahrgangsstufe eingesetzt (Mittelschule: n = 60, Realschule: n = 30, Gymnasium: n = 30) und unter Berücksichtigung der neuerlichen Erfahrungen finalisiert.

## 5.2 Aufbau der Bayreuther Förderdiagnostik

#### Aufbau des Interview-Leitfadens

Der Interview-Leitfaden enthält alle Anweisungen zur Durchführung des Interviews sowie strukturierte Beobachtungs- und Interpretationshilfen für das Anfertigen des Interview-Protokolls. In jeder Aufgabe ist zunächst beschrieben, welche Materialien benötigt werden, welche Vorbereitungen zu treffen bzw. welche Handlungen auszuführen sind und was gesagt oder erklärt werden muss.

Zum Zweck einer effizienten Dokumentation der Beobachtungen ist der Interview-Leitfaden in Form einer Tabelle vorstrukturiert. Diese enthält zum einen die Musterlösung der jeweiligen Aufgabe; zum anderen finden sich Felder, in denen die Verfahrensweisen und Erläuterungen des Kindes notiert sowie zutreffende Beobachtungen aus vorgegebenen Optionen ausgewählt werden.

Um Überforderung und Frustration für das interviewte Kind zu vermeiden und einen adäquaten zeitlichen Rahmen wahren zu können, bietet der Interview-Leitfaden an gewissen Stellen Möglichkeiten zur Differenzierung: Mit einem entsprechenden Symbol gekennzeichnete Teilaufgaben können

- übersprungen werden, falls das Kind die vorherige Teilaufgabe problemlos bearbeitet hat,
- in vereinfachter Form gestellt werden, falls das Kind mit der vorherigen Teilaufgabe bereits Schwierigkeiten hat, bzw.
- übersprungen werden, falls das Kind mit der vorherigen Teilaufgabe bereits überfordert ist.

#### Beschreibung der Testaufgaben

Die Bayreuther Förderdiagnostik umfasst insgesamt 24 auf den Bayreuther Rechentest abgestimmte Aufgaben, die das vorhandene bzw. fehlende Verständnis für natürliche Zahlen, das Stellenwertsystem und die Rechenoperationen erheben. Die einzelnen Aufgaben werden im Folgenden der Reihe nach vorgestellt.

#### Aufgabe 1: Mengenvergleich

In jeder der beiden Teilaufgaben werden zwei Mengen durch Würfel dargestellt, die in Eins-zu-Eins-Zuordnung in zwei Reihen ausgelegt werden. Es soll jeweils angegeben werden, in welcher der beiden Reihen mehr Würfel liegen. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler gegebene Mengen miteinander vergleichen kann und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden. Darüber hinaus dient die Aufgabe als sanfter Einstieg in das Interview-Gespräch, um eventuelle Nervosität oder Unsicherheit abzubauen.

#### Aufgabe 2: Mengenbeurteilung

In jeder der beiden Teilaufgaben wird für vier Sekunden ein Bild mit einer bestimmten Anzahl an Punkten gezeigt; es soll geschätzt werden, wie viele Punkte darauf ungefähr zu sehen sind. In Teilaufgabe a) wird eine freie Schätzung vorgenommen, wobei das Bild 12 Punkte zeigt. In Teilaufgabe b) soll entschieden werden, ob mehr als 100 Punkte abgebildet sind, wobei das Bild 50 Punkte zeigt. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler die Gesamtzahl der Elemente einer gegebenen Menge abschätzen kann und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden. Teilaufgabe b) kann übersprungen werden, sofern das Kind mit Teilaufgabe a) bereits überfordert ist.

#### Aufgabe 3: Zählfertigkeiten

In jeder der beiden Teilaufgaben soll von einer gegebenen Startzahl weiter gezählt werden: in Teilaufgabe a) von 985 in Fünferschritten vorwärts, in Teilaufgabe b) von 7 024 in Zehnerschritten rückwärts. Die entsprechenden Zahlen sollen laut ausgesprochen werden. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler das Zählen in Sprüngen sowie insbesondere den Tausenderübergang beherrscht und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden. Teilaufgabe b) kann übersprungen werden, sofern das Kind mit Teilaufgabe a) bereits überfordert ist.



#### Aufgabe 4: Zahlenstrahl

In dieser Aufgabe sollen die Zahlen 985, 570 und 169 am Zahlenstrahl gezeigt werden. Der Testperson wird dazu ein Zahlenstrahl vorgelegt, der den Zahlenraum von 0 bis 1 000 zeigt, aber keine weitere Skalierung enthält. Mit dem Finger soll jeweils angezeigt werden, wo die jeweilige Zahl auf dem Zahlenstrahl in etwa liegt. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler über eine ordinale Orientierung im Zahlenraum verfügt und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden.

#### Aufgabe 5: Zahlzerlegung

In jeder der beiden Teilaufgaben soll eine gegebene Anzahl an Würfeln im Zahlenraum bis 20 zerlegt werden, wobei ein Summand der Zerlegung vorgegeben wird. Das Würfelmaterial kann bei Bedarf eingesetzt werden, um die Situation zu veranschaulichen. Die entsprechende Zahl soll jeweils genannt werden. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler verschiedene Zahlzerlegungen beherrscht und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden. Teilaufgabe b) kann übersprungen werden, sofern das Kind mit Teilaufgabe a) bereits überfordert ist.

#### Aufgabe 6: Halbieren und Verdoppeln

In jeder der beiden Teilaufgaben wird das Würfelmaterial eingesetzt, damit die Aufgabe handelnd bearbeitet werden kann. In Teilaufgabe a) werden sechs Würfel auf den Tisch gelegt; es sollen so viele Würfel dazu gelegt werden, dass es doppelt so viele sind. In Teilaufgabe b) werden 14 Würfel auf den Tisch gelegt; es sollen so viele Würfel weggenommen werden, dass es halb so viele sind. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler das Verdoppeln und Halbieren beherrscht und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden.

#### Aufgabe 7: Dekadisches Entbündeln

In Teilaufgabe a) werden 40 Würfel in Zehner-Häufchen gebündelt auf den Tisch gelegt; es sollen 24 Würfel separiert werden. In Teilaufgabe b) soll angegeben werden, um wie viele einzelne Würfel es sich handelt, wenn 23 Zehner-Häufchen auf dem Tisch liegen würden. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler das Prinzip der dekadischen Entbündelung beherrscht und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden.

#### Aufgabe 8: Dekadisches Bündeln

In Teilaufgabe a) werden 100 Würfel ungeordnet auf den Tisch gelegt; es soll angegeben werden, wie viele Zehner-Häufchen daraus gebildet werden können. In Teilaufgabe b) soll angegeben werden, wie viele Zehner-Häufchen man bilden könnte, wenn 120 einzelne Würfel auf dem Tisch liegen würden. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler das Prinzip der dekadischen Bündelung beherrscht und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden.

#### Aufgabe 9: Dezimales Stellenwertsystem

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Zahl durch ihre Stellenwerte beschrieben: Die Zahl in Teilaufgabe a) besitzt 2 Hunderter, 5 Einer und 3 Tausender, die Zahl in Teilaufgabe b) besitzt 6 Tausender und 29 Hunderter. Die beschriebene Zahl soll genannt werden. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler über ein Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems verfügt und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden. Teilaufgabe b) kann übersprungen werden, sofern das Kind mit Teilaufgabe a) bereits überfordert ist.

#### Aufgabe 10: Große Zahlen

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine stellenwertbezogene Ergänzungsaufgabe gegeben: Teilaufgabe a) lautet "Wieviel musst du zu 10 000 dazu geben, um 100 000 zu erhalten?", Teilaufgabe b) lautet "Wieviel musst du zu 90 000 dazu geben, um 900 000 zu erhalten?". Die gesuchten Zahlen sollen angegeben werden. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler über ein Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems im Zahlenraum bis zur Million verfügt und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden. Teilaufgabe a) kann in vereinfachter Form gestellt werden. Teilaufgabe b) kann übersprungen werden, sofern das Kind mit Teilaufgabe a) bereits überfordert ist.

#### Aufgabe 11: Stellenwertbezogene Seriation

In dieser Aufgabe sollen die Zahlen 9 685, 9 765, 10 005 und 10 010 der Größe nach geordnet werden, wobei das Kind mit dem kleinsten Wert beginnen soll. Die Zahlen werden dazu auf Kärtchen geschrieben, die in die korrekte Reihenfolge gebracht werden sollen; Hunderter- und Tausenderstelle werden dabei deutlich voneinander getrennt. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler gegebene Zahlenwerte stellenwertbezogen anordnen kann und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden.

#### Aufgabe 12: Stellenwertbezogener Transfer

In jeder der beiden Teilaufgaben wird eine vorgegebene Rechnung demonstriert, die anschließend derart abgewandelt ist, dass jeweils ein Stellenwert verändert wurde. Das Ergebnis der abgewandelten Aufgabe soll angegeben werden, wobei die vorgegebene Rechnung verwendet werden darf. Wird diese nicht genutzt und stattdessen erneut gerechnet, so ist aufgrund der gewählten Zahlen eine erhöhte Fehlerwahrscheinlichkeit zu erwarten. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler stellenwertbezogene Analogien zwischen den Aufgaben herstellen kann und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden. Teilaufgabe a) kann in vereinfachter Form gestellt werden. Teilaufgabe b) kann übersprungen werden, sofern das Kind mit Teilaufgabe a) bereits überfordert ist.

### Aufgabe 13: Operationsverständnis der Addition

In jeder der beiden Teilaufgaben wird das Würfelmaterial eingesetzt, damit die Aufgabe handelnd bearbeitet werden kann. In Teilaufgabe a) soll mithilfe der Würfel demonstriert und erklärt werden, was mit der Additionsaufgabe 5 + 7 = 12 gemeint ist. In Teilaufgabe b) demonstriert die Lehrkraft die Additionsaufgabe 3 + 4 anhand der entsprechenden Materialhandlung; die Testperson soll angeben, welche "Plus-Aufgabe" vorgeführt wurde. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler über ein Operationsverständnis der Addition verfügt und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden. Teilaufgabe b) kann übersprungen werden, sofern Teilaufgabe a) korrekt gelöst und erläutert wird.



#### Aufgabe 14: Beherrschen der Addition

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Additionsaufgabe gegeben, deren Ergebnis bestimmt werden soll. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler die Addition zweier Zahlen mit Übertrag beherrscht und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden. Teilaufgabe a) kann in vereinfachter Form gestellt werden. Teilaufgabe b) kann übersprungen werden, sofern das Kind mit Teilaufgabe a) bereits überfordert ist.

#### Aufgabe 15: Ergänzungsaufgaben der Addition

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Ergänzungsaufgabe zur Addition gegeben: In Teilaufgabe a) muss der zweite, in Teilaufgabe b) der erste Summand angegeben werden. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler Ergänzungsaufgaben der Addition beherrscht und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden. Teilaufgabe a) kann in vereinfachter Form gestellt werden. Teilaufgabe b) kann übersprungen werden, sofern das Kind mit Teilaufgabe a) bereits überfordert ist.

#### Aufgabe 16: Operationsverständnis der Subtraktion

In jeder der beiden Teilaufgaben wird das Würfelmaterial eingesetzt, damit die Aufgabe handelnd bearbeitet werden kann. In Teilaufgabe a) soll mithilfe der Würfel demonstriert und erklärt werden, was mit der Subtraktionsaufgabe 11-5=6 gemeint ist. In Teilaufgabe b) demonstriert die Lehrkraft die Subtraktionsaufgabe 5-2 anhand der entsprechenden Materialhandlung; die Testperson soll angeben, welche "Minus-Aufgabe" vorgeführt wurde. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler über ein Operationsverständnis der Subtraktion verfügt und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden. Teilaufgabe b) kann übersprungen werden, sofern Teilaufgabe a) korrekt gelöst und erläutert wird.

#### Aufgabe 17: Beherrschen der Subtraktion

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Subtraktionsaufgabe gegeben, deren Ergebnis bestimmt werden soll. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler die Subtraktion zweier Zahlen mit Übertrag beherrscht und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden. Teilaufgabe a) kann in vereinfachter Form gestellt werden. Teilaufgabe b) kann übersprungen werden, sofern das Kind mit Teilaufgabe a) bereits überfordert ist.

### Aufgabe 18: Ergänzungsaufgaben der Subtraktion

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Ergänzungsaufgabe zur Subtraktion gegeben: In Teilaufgabe a) muss der Subtrahend, in Teilaufgabe b) der Minuend angegeben werden. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler Ergänzungsaufgaben der Subtraktion beherrscht und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden. Teilaufgabe a) kann in vereinfachter Form gestellt werden. Teilaufgabe b) kann übersprungen werden, sofern das Kind mit Teilaufgabe a) bereits überfordert ist.

#### Aufgabe 19: Operationsverständnis der Multiplikation

In jeder der beiden Teilaufgaben wird das Würfelmaterial eingesetzt, damit die Aufgabe handelnd bearbeitet werden kann. In Teilaufgabe a) soll mithilfe der Würfel demonstriert und erklärt werden, was mit der Multiplikationsaufgabe  $3 \cdot 4 = 12$  gemeint ist. In Teilaufgabe b) demonstriert die Lehrkraft die Multiplikationsaufgabe  $5 \cdot 2$  anhand der entsprechenden Materialhandlung; die Testperson soll angeben, welche "Mal-Aufgabe" vorgeführt wurde. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler über ein Operationsverständnis der Subtraktion verfügt und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden. Teilaufgabe b) kann übersprungen werden, sofern Teilaufgabe a) korrekt gelöst und erläutert wird.

#### Aufgabe 20: Beherrschen der Multiplikation

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Multiplikationsaufgabe gegeben, deren Ergebnis bestimmt werden soll. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler die Multiplikation zweier Zahlen außerhalb des kleinen Einmaleins beherrscht und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden. Teilaufgabe a) kann in vereinfachter Form gestellt werden. Teilaufgabe b) kann übersprungen werden, sofern das Kind mit Teilaufgabe a) bereits überfordert ist.

#### Aufgabe 21: Ergänzungsaufgaben der Multiplikation

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Ergänzungsaufgabe zur Subtraktion gegeben: In Teilaufgabe a) muss der zweite, in Teilaufgabe b) der erste Faktor angegeben werden. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler Ergänzungsaufgaben der Multiplikation außerhalb des kleinen Einmaleins beherrscht und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden. Teilaufgabe a) kann in vereinfachter Form gestellt werden. Teilaufgabe b) kann übersprungen werden, sofern das Kind mit Teilaufgabe a) bereits überfordert ist.

#### Aufgabe 22: Operationsverständnis der Division

In jeder der beiden Teilaufgaben wird das Würfelmaterial eingesetzt, damit die Aufgabe handelnd bearbeitet werden kann. In Teilaufgabe a) soll mithilfe der Würfel demonstriert und erklärt werden, was mit der Divisionsaufgabe 15:5 = 3 gemeint ist. In Teilaufgabe b) demonstriert die Lehrkraft die Divisionsaufgabe 8:2 anhand der entsprechenden Materialhandlung; die Testperson soll angeben, welche "Geteilt-Aufgabe" vorgeführt wurde. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler über ein Operationsverständnis der Division verfügt und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden. Teilaufgabe b) kann übersprungen werden, sofern Teilaufgabe a) korrekt gelöst und erläutert wird.

#### Aufgabe 23: Beherrschen der Division

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Divisionsaufgabe gegeben, deren Ergebnis bestimmt werden soll. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler die Division zweier Zahlen innerhalb und außerhalb des kleinen Einmaleins beherrscht und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden. Teilaufgabe a) kann in vereinfachter Form gestellt werden. Teilaufgabe b) kann übersprungen werden, sofern das Kind mit Teilaufgabe a) bereits überfordert ist.

#### Aufgabe 24: Ergänzungsaufgaben der Division

In jeder der beiden Teilaufgaben ist eine Ergänzungsaufgabe zur Division gegeben: In Teilaufgabe a) muss der Divisor, in Teilaufgabe b) der Dividend angegeben werden. Die Aufgabe liefert Einsichten darüber, inwieweit die Schülerin bzw. der Schüler Ergänzungsaufgaben der Division innerhalb und außerhalb des kleinen Einmaleins beherrscht und welche Strategien zur Lösungsfindung genutzt werden. Teilaufgabe a) kann in vereinfachter Form gestellt werden. Teilaufgabe b) kann übersprungen werden, sofern das Kind mit Teilaufgabe a) bereits überfordert ist.

## 5.3 Durchführung der Bayreuther Förderdiagnostik

#### Setting

Die Bayreuther Förderdiagnostik wird in Form eines Einzelgesprächs und unter Verwendung von gegenständlichen Anschauungsmaterialien mit dem jeweiligen Kind durchgeführt.

#### Zeitlicher Rahmen

Die Dauer des Interviews beträgt bei routinierter Testleitung etwa 40 bis 50 Minuten und kann somit im Rahmen einer regulären Unterrichtsstunde durchgeführt werden, sofern zusätzlich gegebenenfalls eine Pause, die vor oder nach der Unterrichtsstunde zur Verfügung steht, genutzt werden kann. Bei leistungs- bzw. konzentrationsschwachen Schülerinnen und Schülern sowie bei Lernenden mit sprachlichen Schwierigkeiten, bei denen das Gespräch mehr Zeit in Anspruch nimmt, sollte das Interview in mehreren Etappen durchgeführt werden. So ist es beispielsweise möglich, die Kategorien I, II und III des Interviews an separaten Terminen zu absolvieren; gleichermaßen kann es im Fall von gravierenden Defiziten sinnvoll sein, die Förderung zunächst auf die bereits diagnostizierten Schwierigkeiten zu beschränken und die Diagnostik zu einem späteren Zeitpunkt fortzusetzen.

#### Leitfadenbasierte Interviewführung

Der Interview-Leitfaden ist grundsätzlich als ebensolcher zu verstehen: Er stellt die Erfassung aller zu untersuchenden Aspekte sicher und bietet Unterstützung bei der Beobachtung und Interpretation, lässt jedoch bewusst auch Raum für individuelle Schlussfolgerungen und spontane pädagogische Entscheidungen. Nachfragen, Paraphrasierungen oder Hilfestellungen können und sollen von der testleitenden Lehrkraft je nach Bedarf flexibel gestellt werden.

#### Möglichkeiten zur Differenzierung

Bei einigen, durch entsprechende Symbole gekennzeichneten Aufgaben hält der Interview-Leitfaden explizite Möglichkeiten zur Differenzierung bereit. Die testleitende Lehrkraft kann dabei – spontan und nach eigenem pädagogischen Ermessen – einzelne Teilaufgaben kommentarlos überspringen oder in vereinfachter Form stellen. Von diesen Optionen soll Gebrauch gemacht werden, um das interviewte Kind vor Frust und Überforderung zu schützen und den zeitlichen Rahmen nicht zu sprengen. Sollte sich dies als notwendig erweisen, so kann bei weiteren, nicht ausdrücklich gekennzeichneten Aufgaben natürlich ähnlich verfahren werden.

#### **Begleitender Materialeinsatz**

An vielen bewusst gewählten Stellen des Interviews wird gegenständliches Anschauungsmaterial eingesetzt. Dies hat den Hintergrund, dass selbst leistungsstärkeren Schülerinnen und Schülern häufig die sprachlichen Mittel zur Beschreibung ihrer mathematischen Einsichten und Strategien fehlen. Der begleitende Materialeinsatz ermöglicht dem interviewten Kind handlungsgestützte Artikulationsformen (vgl. Peter-Koop et al. 2013) und gibt ihm zudem Sicherheit, weil auf diese Weise nicht alle Aufgaben im Kopf gerechnet werden müssen. Die demonstrierten Materialhandlungen liefern aus diagnostischer Sicht aussagekräftige Hinweise auf die zugrundeliegenden Denkweisen und sollten daher besonders aufmerksam beobachtet werden.

Für die Bayreuther Förderdiagnostik wurden die Einerwürfel des sogenannten *Dienes-Materials* als Anschauungsmittel gewählt, da dieses auch in der anschließenden Förderung auf vielseitige Weise eingesetzt werden kann. Das Sortiment ist bei verschiedenen Lehrmittelverlagen erhältlich.

Alternativ können im Interview auch vergleichbare Anschauungsmaterialien (z. B. Perlen, Muggelsteine, Gummibärchen etc.) verwendet werden.



#### Schriftliche Darbietung der Aufgaben

Die Aufgaben werden in der vorgegebenen Reihenfolge gestellt und der Schülerin bzw. dem Schüler größtenteils in schriftlicher Form vorgelegt, um die Konzentration nicht übermäßig zu beanspruchen. Dem Kind wird dabei immer nur die zum entsprechenden Zeitpunkt zu lösende Aufgabe vorgelegt, damit die Aufmerksamkeit auf die jeweilige Bearbeitung fokussiert wird. Um den Vorbereitungsaufwand für die testleitende Lehrkraft gering zu halten und eine informelle Interview-Atmosphäre zu kreieren, werden die Aufgaben von der Lehrkraft jeweils während der Interviewsituation auf kleine Kärtchen geschrieben. Alternativ können die Aufgabenkärtchen jedoch auch im Voraus angefertigt und mehrfach verwendet werden.

#### Impulse zum "Lauten Denken"

Um die individuellen Gedankengänge und (Fehl-)Vorstellungen des interviewten Kindes im Sinne einer qualitativen Denkanalyse nachvollziehen zu können, wird es zu Beginn des Interviews und währenddessen immer wieder zum "Lauten Denken" aufgefordert. Sofern die genutzten Lösungsstrategien nicht unmittelbar ersichtlich sind, sind konkrete Nachfragen der testleitenden Lehrkraft erforderlich. Dabei ist es wichtig, dass das Kind wertfrei zum Weiterreden animiert wird. Mögliche Impulse sind beispielsweise:

- "Erkläre mir bitte, wie du das gerechnet hast."
- "Was hast du dir dabei vorgestellt?"
- "Warum hast du die Würfel in dieser Weise hingelegt?"

#### Reaktion auf die Antworten des Kindes

Während des Interviews sollte die testleitende Lehrkraft möglichst keine Rückmeldung bezüglich der Korrektheit der Antworten geben. Während positives Feedback für das interviewte Kind durchaus motivierend sein kann, würden wiederholt negative oder korrigierende Rückmeldungen das Kind nämlich zunehmend verunsichern. Des Weiteren werden falsche Ergebnisse im diagnostischen Interview *nicht* verbessert oder erläutert. Die testleitende Lehrkraft sollte stattdessen positiv-neutral auf die Antworten des Kindes reagieren; anstatt die Korrektheit des Ergebnisses zu kommentieren, sollten also vielmehr die Einblicke in die Vorgehensweise des Kindes gewürdigt werden. Mögliche Formulierungen sind beispielsweise:

- "Das hast du mir schön erklärt. Ich kann deinen Lösungsweg nun gut nachvollziehen."
- "Ich verstehe, wie du vorgegangen bist."
- "Es ist toll, wie präzise du mir deine Vorgehensweise erläuterst."

#### Anfertigung des Interview-Protokolls

Das Interview-Protokoll wird parallel während des Interviews angefertigt. Der Interview-Leitfaden enthält dazu strukturierte Beobachtungshilfen zum Ankreuzen, die eine zügige Dokumentation ermöglichen. Zusätzliche Erläuterungen des Kindes, besondere Auffälligkeiten oder Skizzen der demonstrierten Materialhandlungen können je nach Bedarf zusätzlich notiert werden.

Da das gleichzeitige Durchführen und Protokollieren des materialgestützten Interviews allerdings trotz der effektiven Dokumentationsvorlage eine Herausforderung für die testleitende Lehrkraft darstellt, ist es – insbesondere bei mangelnder Routine – ratsam, eine zweite Lehrkraft zum Anfertigen des Interview-Protokolls hinzuzuziehen.



## 5.4 Auswertung der Bayreuther Förderdiagnostik

#### **Zeitlicher Aufwand**

Der Auswertungsaufwand beträgt rund 25 Minuten pro Interview.

#### **Qualitative Auswertung**

Im Anschluss an das Interview wird das angefertigte Interview-Protokoll mittels des *Auswertungsbogens zur Bayreuther Förderdiagnostik (BFD)* qualitativ ausgewertet. Anstelle einer Vergabe von Punkten für korrekte Antworten wird dabei aufgabenspezifisch und aufgabenübergreifend resümiert, welche individuellen Lösungsstrategien, (Fehl-)Vorstellungen und Defizite während des Gesprächs beobachtet werden konnten. Die Anzahl der korrekten Antworten spielt also nur eine untergeordnete Rolle; von Interesse ist in erster Linie, *wie* das Kind zum Ergebnis gelangt. Als Resultat ergibt sich eine prägnante Übersicht über den Förderbedarf der Schülerin bzw. des Schülers, die zur Ableitung individualisierter Fördermaßnahmen, für Rückmeldungen in Elterngesprächen und gegebenenfalls zur Konstellation von Fördergruppen genutzt werden kann.

Im Einzelnen umfasst der Auswertungsbogen der Bayreuther Förderdiagnostik die drei folgenden Komponenten:

#### Fähigkeitsprofil

Durch erneute Sichtung des Interview-Protokolls entscheidet die testleitende Lehrkraft zunächst, welche von vier Kompetenzstufen im jeweiligen Lernbereich festgestellt werden konnte. Ausschlaggebend für die subjektive Kompetenzbewertung sind die beobachteten Vorgehensweisen und Rechenstrategien, die Korrektheit der genannten Antworten sowie die Anzahl an Teilaufgaben, die übersprungen oder in vereinfachter Form gestellt werden mussten.

Zugleich wird der individuelle Förderbedarf der Schülerin bzw. des Schülers in den einzelnen Lernbereichen zusammengefasst, indem zu überwindende Fehlvorstellungen, abzulösende Rechenstrategien, aufzubauende Verständnisse und Fertigkeiten, aufzuholende Lernrückstände etc. stichpunktartig beschrieben werden.

#### Übersicht über besondere Auffälligkeiten

Auf der Grundlage der Beobachtungen werden im Auswertungsbogen zudem aufgabenübergreifende Auffälligkeiten festgehalten, die sich auf individuelle Verfahrensweisen beim Rechnen, beobachtete Fehlerphänomene, die emotionale Konstitution sowie die sprachliche Kompetenz des Kindes beziehen. Der Förderbedarf der Schülerin bzw. des Schülers wird auf diese Weise umfassend und ganzheitlich erfasst, damit den identifizierten Aspekten in der anschließenden Förderung besondere Aufmerksamkeit zugebilligt werden kann.

#### Förderziele

Ausgehend von der vorgenommenen Auswertung werden zum Schluss etwa drei bis fünf konkrete Förderziele festgelegt, die bei der Förderung bis auf Weiteres verfolgt werden sollen. Im Fall von gravierenden Defiziten in mehreren Lernbereichen müssen dabei Prioritäten gesetzt werden; die drei Kategorien sollten dabei in chronologischer Reihenfolge aufgearbeitet werden.

Insgesamt ergibt sich auf diese Weise eine präzise Übersicht über die Stärken und Schwächen sowie den individuellen Förderbedarf der Schülerin bzw. des Schülers, die als Basis für defizitspezifische Fördermaßnahmen verwendet werden kann.

Eine ausführliche Anleitung zur Durchführung und Auswertung der Bayreuther Förderdiagnostik findet sich für interviewende Lehrkräfte im Dokument *Instruktionen zur Bayreuther Förderdiagnostik* (BFD).

## 5.5 Potenziale und Grenzen der Bayreuther Förderdiagnostik

Die Bayreuther Förderdiagnostik zeichnet sich zusammenfassend vor allem dadurch aus, dass sie Mathematik-Lehrkräften detaillierte und ganzheitliche Einblicke in die individuellen Verfahrensweisen und (Fehl-)Vorstellungen von rechenschwachen Kindern gibt, die den Ausgangspunkt für eine wirkungsvolle Förderung bilden.

Das Interview kann mit geringem Material- und Vorbereitungsaufwand geführt, effizient protokolliert und anwenderfreundlich ausgewertet werden, wobei neben den reinen Rechenleistungen auch anderen Faktoren Beachtung geschenkt wird.

Die Bayreuther Förderdiagnostik ermöglicht somit eine genaue Bestimmung der Bereiche, in denen besondere Schwierigkeiten vorliegen, und liefert einen differenzierten Überblick über den jeweiligen Förderbedarf, aus dem sich individualisierte Fördermaßnahmen ableiten lassen.

Die Durchführung des mindestens 40-minütigen Einzelgesprächs kann sich in organisatorischer Hinsicht jedoch schwierig gestalten, da für derartige Maßnahmen im regulären Schulalltag meist nur wenig Freiraum und eingeschränkte personelle Ressourcen zur Verfügung stehen.

Auch die Auswertung des Interview-Protokolls ist trotz der vorstrukturierten Auswertungsvorlage vergleichsweise zeitaufwendig und unterliegt zudem der subjektiven Einschätzung der testleitenden Lehrkraft, sodass die Ergebnisse der Bayreuther Förderdiagnostik im Vergleich zu einem produktorientierten Rechentest eine reduzierte Objektivität aufweisen.

Die lösungsprozessanalytische Ergründung der individuellen Vorgehensweisen des rechenschwachen Kindes bleibt für eine passgenaue Förderung allerdings unentbehrlich und lässt sich kaum anders als in Form eines derartigen Einzelgesprächs angemessen und umfassend ermitteln. Die Vorteile der Bayreuther Förderdiagnostik fallen dem erhöhten Aufwand gegenüber deshalb ungleich stärker ins Gewicht, was von den über 50 an der Erprobung beteiligten Lehrkräften einstimmig bestätigt wurde.



## 6. Schlussbetrachtung

#### Zusammenfassung

Das Bayreuther Testpaket zur Erfassung von Rechenschwäche im Mathematikunterricht bietet Mathematik-Lehrkräften die Möglichkeit, rechenschwache Schülerinnen und Schüler im Rahmen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe zu identifizieren, deren individuellen Förderbedarf zu ermitteln und passgenaue Förderansätze abzuleiten.

Durch die Kombination eines produktorientierten Screening-Verfahrens (BRT) und einer prozessorientierten Förderdiagnostik (BFD) kann der Auswahlprozess von Schülerinnen und Schülern, die eine spezifische Förderung zur Überwindung der Rechenschwäche benötigen, in einem ersten Schritt zeitökonomisch im Klassenverband durchgeführt werden; als Grundlage für anschließende Fördermaßnahmen werden die aus dem schriftlichen Rechentest gewonnenen Eindrücke in einem zweiten Schritt um detaillierte Einblicke in die individuellen Gedankengänge und Förderbedarfe der ausgewählten Schülerinnen und Schüler ergänzt.

Zusammenfassend zeichnet sich das Bayreuther Testpaket zur Erfassung von Rechenschwäche im Mathematikunterricht insbesondere durch die folgenden Eigenschaften aus:

- Das Bayreuther Testpaket kann von Mathematik-Lehrkräften kostenfrei im regulären Schulalltag eingesetzt werden.
- Das Bayreuther Testpaket verbindet produkt- und prozessorientierte Diagnostik stimmig miteinander.
- Das Bayreuther Testpaket erweitert die bislang vor allem auf die Primarstufe ausgerichtete Testlandschaft um diagnostische Verfahren für weiterführende Schulen.

Es stellt damit eine Bereicherung der aktuell zur Verfügung stehenden Verfahren zur Erfassung von Rechenschwäche dar.

#### **Ausblick**

Die vorliegenden Versionen des Bayreuther Rechentests und der Bayreuther Förderdiagnostik werden in künftigen Untersuchungen weiterhin evaluiert und empirisch abgesichert.

Um für die testleitenden Lehrkräfte eine Auswertung mit minimalem Aufwand zu gewährleisten, ist zudem die Entwicklung einer elektronischen Auswertungssoftware angedacht.

Im Übrigen wird derzeit eine Sammlung an defizitspezifischen Fördermaterialien entwickelt und erprobt, die eine passgenaue Aufarbeitung der mithilfe der beiden Verfahren diagnostizierten Schwierigkeiten ermöglichen soll. Hierzu werden miteinander kombinierbare und kontinuierlich erweiterbare Förderbausteine zu den einzelnen Lernbereichen der Bayreuther Testverfahren konzipiert, die über die Homepage

https://rechenschwaeche.uni-bayreuth.de

zu gegebener Zeit ebenfalls kostenfrei zur Verfügung gestellt werden sollen.

#### 7. Literaturverzeichnis

Gaidoschick, M., Moser Opitz, E., Nührenbörger, M. & Rathgeb-Schnierer, E. (2021). Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen. Special Issue der *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, *47*(111S).

Gerster, H.-D. & Schultz, R. (2004). Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen. Freiburg im Breisgau: PH Freiburg.

Grütte, D., Kwapis, J., Meyerhöfer, W. & Steffen, O. (2013). *Jenaer Rechentest 4*. Online unter: https://www.ztr-rechenschwaeche.de/diagnostik/jenaer-rechentest/.

Krajewski, K. & Ennenmoser, M. (2010). Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen in der Sekundarstufe. *Empirische Pädagogik*, 24(4), 353-370.

Merdian, G., Merdian, F. & Schardt, K. (2015). *BADYS 1 – 4+. Bamberger Dyskalkuliediagnostik. Ein förderdiagnostisches Verfahren zur Erfassung von Rechenproblemen.* Bamberg: PaePsy.

Moser Opitz, E. (2013). *Rechenschwäche/Dyskalkulie*. *Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern* (2. Aufl.). Bern: Haupt.

Moser Opitz, E., Freesemann, O., Grob, U., Prediger, S., Matull, I. & Hussmann, S. (2017). Remediation for students with Mathematics Difficulties: An Intervention Study in Middle Schools. *Journal of Learning Disabilities*, *50*(6), 724-736.

Peter-Koop, A., Wollring, B., Spindeler, B. & Grüßing, M. (2012). *Elementarmathematisches Basisinter-view*. Offenburg: Mildenberger.

Prediger, S., Fischer, C., Selter, C. & Schöber, C. (2019). Combining material- and community-based implementation strategies for scaling up: The case of supporting low-achieving middle school students. *Educational Studies in Mathematics*, 102(3), 361-378.

Schaupp, H., Lennart, F. & Holzer, H. (2020). Eggenberger Rechentest 4+. Diagnostikum für Dyskalkulie für das Ende der 4. Schulstufe bis Ende der 6. Schulstufe. Hogrefe.

Schipper, W., Wartha, S. & von Schroeders, N. (2011). BIRTE 2 – Bielefelder Rechentest für das 2. Schuljahr. Braunschweig: Schroedel.

Ulm, V. (2018). 20 Fragen und Antworten zu Rechenschwäche. *Mathematikdidaktik im Kontext, Heft* 1. Bayreuth. Online unter: https://epub.uni-bayreuth.de/3853/.

Ulm, V. (2020). Rechenschwäche in der Sekundarstufe. Diagnostik und Förderung von Schülerinnen und Schülern. *Mathematikdidaktik im Kontext, Heft 5.* Bayreuth. Online unter: https://epub.uni-bayreuth.de/4873/.

Ulm, V. & Zehnder, M. (2020). *Mathematische Begabung in der Sekundarstufe. Modellierung, Diagnostik, Förderung.* Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.

Wartha, S. (2009). Rechenstörungen in der Sekundarstufe. Die Bedeutung des Übergangs von der Grundschule zur weiterführenden Schule. In A. Heinze & M. Grüßing (Hrsg.). *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderungen für den Mathematikunterricht* (S. 157 – 180). Münster: Waxmann.

## **Dank**

Wir bedanken uns herzlich bei Prof. Dr. Volker Ulm und Dr. Moritz Zehnder für all die gewinnbringenden Diskussionen und wertvollen Anregungen. Diese haben ganz entscheidend zur Entstehung des Bayreuther Testpakets und der vorliegenden Handreichung beigetragen.

Besonderer Dank gilt außerdem den mehr als 50 Lehrkräften, die an der empirischen Erprobung der Bayreuther Testverfahren mitgewirkt, Daten gesammelt und konstruktives Feedback gegeben haben. Mithilfe ihrer Unterstützung konnten wir die diagnostischen Verfahren in umfassender Weise auf die Bedürfnisse der intendierten Zielgruppe abstimmen.

## **Anhang**

Nachfolgend sind alle Dokumente angefügt, die für die Durchführung und Auswertung des Bayreuther Rechentests und der Bayreuther Förderdiagnostik benötigt werden. Diese dienen als Kopiervorlage für den Einsatz im Unterricht. Alternativ können die entsprechenden Dokumente auch einzeln über die Homepage

#### https://rechenschwaeche.uni-bayreuth.de

im pdf-Format heruntergeladen und ausgedruckt werden. Der Anhang gliedert sich wie folgt:

- 1. Dokumente zum Bayreuther Rechentest
  - a. Bayreuther Rechentest
  - b. Erwartungshorizont zum Bayreuther Rechentest
  - c. Instruktionen zum Bayreuther Rechentest
  - d. Auswertungsbogen zum Bayreuther Rechentest
- 2. Dokumente zur Bayreuther Förderdiagnostik
  - a. Bayreuther Förderdiagnostik
  - b. Anhang zur Bayreuther Förderdiagnostik
  - c. Instruktionen zur Bayreuther Förderdiagnostik
  - d. Auswertungsbogen zur Bayreuther Förderdiagnostik

## **Bayreuther Rechentest**

## zur Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Mathematikunterricht

- Testheft -

Name:	
Klasse:	
Datum:	

Ergebnis: \_\_\_\_ von 60 Punkten ≙ \_\_\_\_ %

# I. Verständnis der natürlichen Zahlen

\_\_ / 16

### Aufgabe 1

Kreuze jeweils die zutreffende Aussage an.

- a) Mia hat 26 Bonbons, Klaus hat 31 Bonbons. Welche Aussage trifft zu?
  - Mia hat mehr Bonbons als Klaus.
  - o Mia hat weniger Bonbons als Klaus.
  - o Klaus hat weniger Bonbons als Mia.
- b) Ida hat 92 Bonbons, Tom hat 83 Bonbons. Welche Aussage trifft zu?
  - o Ida hat 92 Bonbons mehr als Tom.
  - o Tom hat 83 Bonbons weniger als Ida.
  - o Ida hat 9 Bonbons mehr als Tom.

\_\_\_/2

### Aufgabe 2

Kreuze jeweils die passende Aussage an.

- a) Ein großer Laubbaum hat im Sommer 70 Blätter.
  - Das ist wenig.
  - Das ist normal.
  - Das ist viel.
- b) Auf einer Wiese wachsen 1 000 Grashalme.
  - Das ist wenig.
  - Das ist normal.
  - Das ist viel.

\_\_\_/2

### Aufgabe 3

Trage die fehlenden Zahlen ein.

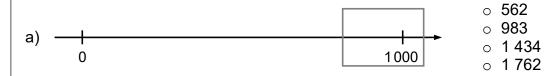
a) Zähle von der vorgegebenen Zahl aus in Zehnerschritten vorwärts.

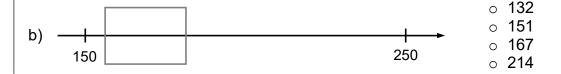
1 973

b) Zähle von der vorgegebenen Zahl aus in Dreierschritten rückwärts.

107 \_\_\_\_\_ \_\_\_ \_\_\_\_\_\_

Kreuze die Zahl an, die im markierten Ausschnitt des Zahlenstrahls liegt.





\_ / 2

### Aufgabe 5

Fülle die Leerstellen so aus, dass die Rechnung stimmt. Es gibt jeweils mehrere Möglichkeiten, von denen du dir eine passende aussuchen kannst.

Beispiel: 
$$18 = 12 + 6$$
 oder  $18 = 9 + 9$ 

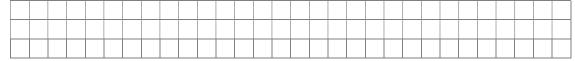
\_\_\_ / 4

### Aufgabe 6

Schreibe das Ergebnis auf.

- a) Verdopple die Zahl 39. Ergebnis: \_\_\_\_\_
- b) Verdopple die Zahl 508. Ergebnis: \_\_\_\_\_
- c) Halbiere die Zahl 76. Ergebnis: \_\_\_\_\_
- d) Halbiere die Zahl 340. Ergebnis: \_\_\_\_\_

\_\_/4



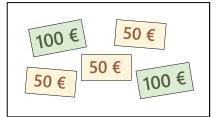
# II. Verständnis des Stellenwertsystems

\_\_ / 16

### Aufgabe 7

Die Geldbeträge sollen jeweils in Zehn-Euro-Scheine umgetauscht werden. Gib an, wie viele Zehn-Euro-Scheine man erhält.

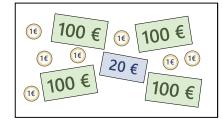
a)



Antwort:

Man erhält \_\_\_\_\_ Zehn-Euro-Scheine.

b)



Antwort:

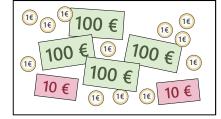
Man erhält \_\_\_\_\_ Zehn-Euro-Scheine.

/ 2

### Aufgabe 8

Gib an, wie viel Geld auf dem Bild insgesamt zu sehen ist.

a)



Antwort:

Es sind insgesamt \_\_\_\_ Euro.

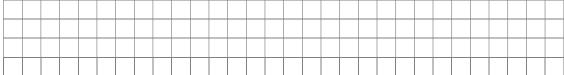
b)



Antwort:

Es sind insgesamt \_\_\_\_ Euro.

/ 2



Schreibe die Zahl in Ziffern (wie z.B. 213).

- a) Die Zahl hat 3 Zehner, 7 Tausender und 2 Einer.
  - ightarrow Die Zahl heißt  $\_\_\_\_$  .
- b) Die Zahl hat 37 Hunderter, 4 Einer und 5 Tausender.
  - ightarrow Die Zahl heißt \_\_\_\_\_ .

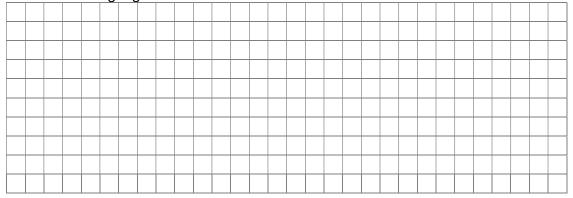
\_\_/2

# Aufgabe 10

Schreibe das Ergebnis auf.

- a) 923 399 + 1 = \_\_\_\_\_
- b) 400 999 + 100 = \_\_\_\_\_
- c) 600 000 100 =
- d) 317 000 1 = \_\_\_\_\_

/ 4



Größer, kleiner oder gleich? Kreuze an.

- ist größer als
- a) 3 607 o ist gleich 3 067
  - o ist kleiner als
- o ist größer als
- b) 1 095 o ist gleich 995 + 10
  - o ist kleiner als
- ist größer als
   999 ist gleich 10 000 10
  - ist kleiner als
- ist größer als
- d) 106 8 o ist gleich o ist kleiner als

14

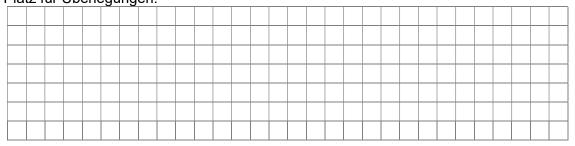
### Aufgabe 12

Schreibe das Ergebnis auf. Die vorgegebene Rechnung hilft dir dabei.

16 + 8

- a) 27 + 34 = 61
  - 27 + 5 134 = \_\_\_\_\_
- b) 2354 567 = 1787
  - 23 540 5 670 = \_\_\_\_\_

/ 2



# III. Verständnis der Rechenoperationen

### Aufgabe 13

a) Welche beiden Rechengeschichten passen zur Rechnung 12 + 4? Kreuze die zwei passenden Kästchen an.

Alina hat 12 Bonbons.

Sie bekommt 4 Bonbons von Julian geschenkt.

Laura hat 8 Bonbons. Sven hat 4 Bonbons. Sie legen ihre Bonbons zusammen.

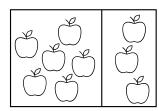
12 Freunde treffen sich.

Jeder der Freunde hat 4 Bonbons.

Petra hat 12 Bonbons.

Amir hat 4 Bonbons mehr als Petra.

b) Setze Zahlen ein, sodass die Aufgabe zum Bild passt.



Aufgabe: \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_

# Aufgabe 14

Schreibe das Ergebnis auf.

# Aufgabe 15

Fülle die Leerstelle so aus, dass eine korrekte Rechnung entsteht.

*1* 2

a) Welche beiden Rechengeschichten passen zur Rechnung **12** – **4**? Kreuze die <u>zwei</u> passenden Kästchen an.

Alina hat 12 Bonbons.

Sie bekommt 4 Bonbons von Julian geschenkt.

Alex hat 12 Bonbons.

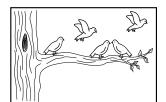
Moritz hat 4 Bonbons weniger als Alex.

Felix hat 12 Bonbons.

Er verschenkt 4 Bonbons an Hanna.

Tim verschenkt 12 Bonbons an seine Freunde. Jeder soll 4 Bonbons erhalten.

b) Setze Zahlen ein, sodass die Aufgabe zum Bild passt.



Aufgabe: \_\_\_\_\_ - \_\_\_

/ 3

# Aufgabe 17

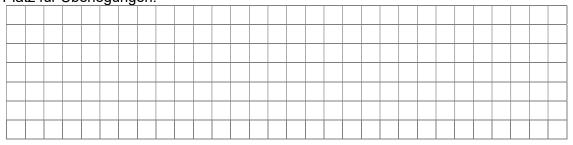
Schreibe das Ergebnis auf.

\_\_\_/2

# Aufgabe 18

Fülle die Leerstelle so aus, dass eine korrekte Rechnung entsteht.

/ 2



a) Welche beiden Rechengeschichten passen zur Rechnung 12 · 4? Kreuze die zwei passenden Kästchen an.

12 Freunde treffen sich.

Jeder der Freunde hat 4 Bonbons.

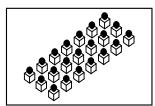
Tina hat 3 Bonbons.

Kurt hat 4 mal so viele Bonbons wie Tina.

Markus kauft sich 12 Tage lang jeden Tag 4 Bonbons.

Tim verschenkt 12 Bonbons an seine Freunde. Jeder soll 4 Bonbons erhalten.

b) Setze Zahlen ein, sodass die Aufgabe zum Bild passt.



Aufgabe: \_\_\_\_\_ · \_\_\_\_

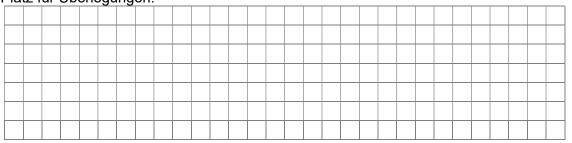
# Aufgabe 20

Schreibe das Ergebnis auf.

# Aufgabe 21

Fülle die Leerstelle so aus, dass eine korrekte Rechnung entsteht.

12



a) Welche beiden Rechengeschichten passen zur Rechnung **12 : 4**? Kreuze die <u>zwei</u> passenden Kästchen an.

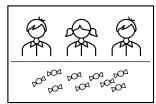
4 Bonbons werden an 12 Freunde verteilt.

4 Freundinnen teilen sich 12 Bonbons.
Alle Freundinnen erhalten gleich viele Bonbons.

Markus kauft sich 12 Tage lang jeden Tag 4 Bonbons.

Tim verpackt 12 Bonbons in Tüten. In jede Tüte packt er 4 Bonbons.

b) Setze Zahlen ein, sodass die Aufgabe zum Bild passt.



Aufgabe: \_\_\_\_\_ : \_\_\_\_

/ 3

# Aufgabe 23

Schreibe das Ergebnis auf.

a) 72:9 = \_\_\_\_\_

b) 275:25 = \_\_\_\_\_

\_\_\_/2

# Aufgabe 24

Fülle die Leerstelle so aus, dass eine korrekte Rechnung entsteht.

a) 108:\_\_\_\_ = 9

b) \_\_\_\_\_: 7 = 7

\_\_/2

# **Bayreuther Rechentest**

# zur Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Mathematikunterricht

# Erwartungshorizont –

### Hinweise zur Korrektur:

- (1) Bei der Korrektur des Bayreuther Rechentests wird lediglich die Korrektheit der Endergebnisse bewertet. Überlegungen, Nebenrechnungen und Teilschritte der Lösung gehen nicht in die Bewertung ein.
- (2) Die maximale Punktzahl wird jeweils nur dann erreicht, wenn das Endergebnis vollständig korrekt ist.
- (3) Es werden ausschließlich ganze Punkte vergeben.
- (4) In den Aufgaben 1, 2, 4 und 11 muss pro Teilaufgabe jeweils eine Antwortoption angekreuzt werden. Die volle Punktzahl wird erreicht, wenn in jeder Teilaufgabe genau die richtige Antwort angekreuzt wurde. Die Teilaufgabe wird mit 0 Punkten bewertet, wenn eine andere, mehrere oder gar keine Antwort angekreuzt wurde.
- (5) In den Teilaufgaben 13a), 16a), 19a) und 22a) müssen jeweils zwei Antwortoptionen angekreuzt werden. Die volle Punktzahl wird erreicht, wenn jeweils genau die beiden richtigen Antworten angekreuzt wurden. Für jede zu Recht angekreuzte richtige Antwort wird ein Punkt vergeben. Werden mehr als zwei Kästchen angekreuzt, so wird für jedes zu viel angekreuzte Kästchen ein Punkt abgezogen. Schlechtestenfalls wird die gesamte Teilaufgabe mit 0 Punkten bewertet.

# I. Verständnis der natürlichen Zahlen

/ 16

Aufgabe 1

Pro Teilaufgabe 1 Punkt

Kreuze jeweils die zutreffende Aussage an.

- a) Mia hat 26 Bonbons, Klaus hat 31 Bonbons. Welche Aussage trifft zu?
  - Mia hat mehr Bonbons als Klaus.
  - ✗ Mia hat weniger Bonbons als Klaus.
  - o Klaus hat weniger Bonbons als Mia.
- b) Ida hat 92 Bonbons, Tom hat 83 Bonbons. Welche Aussage trifft zu?
  - o Ida hat 92 Bonbons mehr als Tom.
  - o Tom hat 83 Bonbons weniger als Ida.
  - X Ida hat 9 Bonbons mehr als Tom.

\_\_/2

Aufgabe 2

Pro Teilaufgabe 1 Punkt

Kreuze jeweils die passende Aussage an.

- a) Ein großer Laubbaum hat im Sommer 70 Blätter.
  - X Das ist wenig.
  - Das ist normal.
  - Das ist viel.
- b) Auf einer Wiese wachsen 1000 Grashalme.
  - X Das ist wenig.
  - Das ist normal.
  - Das ist viel.

/ 2

Aufgabe 3

Pro Teilaufgabe 1 Punkt

Trage die fehlenden Zahlen ein.

a) Zähle von der vorgegebenen Zahl aus in Zehnerschritten vorwärts.

**1973** 1983 1993 2003 2013 2023

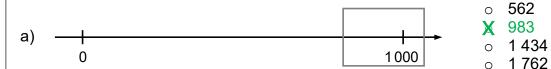
b) Zähle von der vorgegebenen Zahl aus in Dreierschritten rückwärts.

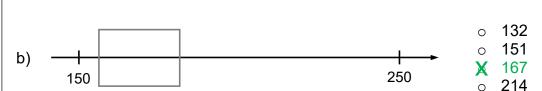
107 104 101 98 95 92

/ 2

### Pro Teilaufgabe 1 Punkt

Kreuze die Zahl an, die im markierten Ausschnitt des Zahlenstrahls liegt.





\_\_/2

# Aufgabe 5 Individuelle Lösungen möglich! Pro Teilaufgabe 2 Punkte

Fülle die Leerstellen so aus, dass die Rechnung stimmt. Es gibt jeweils mehrere Möglichkeiten, von denen du dir eine passende aussuchen kannst.

Exemplarische Lösung:

a) 
$$37 = 33 + 4$$

$$37 = 12 + 20 + 5$$

/ 4

# Aufgabe 6

# Pro Teilaufgabe 1 Punkt

Schreibe das Ergebnis auf.

a) Verdopple die Zahl 39. Ergebnis: 78

b) Verdopple die Zahl 508. Ergebnis: 1 016

c) Halbiere die Zahl 76. Ergebnis: 38

d) Halbiere die Zahl 340. Ergebnis: 170

/4



# II. Verständnis des Stellenwertsystems

\_\_\_ / 16

### Aufgabe 7

### Pro Teilaufgabe 1 Punkt

Die Geldbeträge sollen jeweils in Zehn-Euro-Scheine umgetauscht werden. Gib an, wie viele Zehn-Euro-Scheine man erhält.

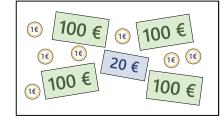
a)



Antwort:

Man erhält 35 Zehn-Euro-Scheine.

b)



Antwort:

Man erhält 42 Zehn-Euro-Scheine.

/ 2

### Aufgabe 8

Pro Teilaufgabe 1 Punkt

Gib an, wie viel Geld auf dem Bild insgesamt zu sehen ist.

a)



Antwort:

Es sind insgesamt 432 Euro.

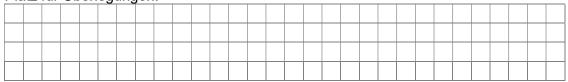
b)



Antwort:

Es sind insgesamt 281 Euro.

/ 2



### Pro Teilaufgabe 1 Punkt

Schreibe die Zahl in Ziffern (wie z.B. 213).

- a) Die Zahl hat 3 Zehner, 7 Tausender und 2 Einer.
  - → Die Zahl heißt 7 032.
- b) Die Zahl hat 37 Hunderter, 4 Einer und 5 Tausender.
  - → Die Zahl heißt 8 704.

\_ / 2

### Aufgabe 10

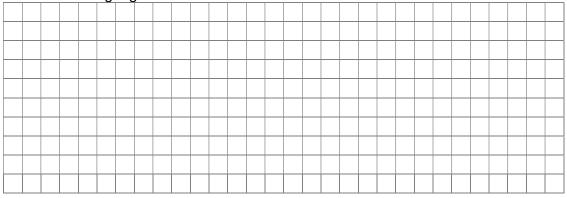
Pro Teilaufgabe 1 Punkt

Schreibe das Ergebnis auf.

c) 
$$600\,000$$
 -  $100$  =  $599\,900$ 

d) 
$$317\ 000 - 1 = 316\ 999$$

/4



Pro Teilaufgabe 1 Punkt

Größer, kleiner oder gleich? Kreuze an.

- a) 3 607 o ist gleich 3 067
  - o ist kleiner als

- b) 1 095 o ist gleich 995 + 10
  - o ist kleiner als

💢 ist kleiner als

o ist kleiner als

/ 4

Aufgabe 12

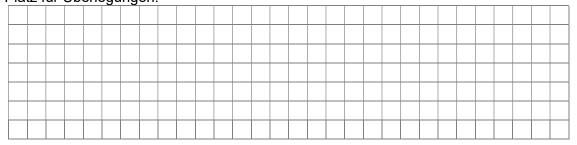
Pro Teilaufgabe 1 Punkt

Schreibe das Ergebnis auf. Die vorgegebene Rechnung hilft dir dabei.

a) 
$$27 + 34 = 61$$

b) 
$$2354 - 567 = 1787$$

/ 2



# III. Verständnis der Rechenoperationen

### Aufgabe 13

Teilaufgabe a): 2 Punkte, Teilaufgabe b): 1 Punkt

- a) Welche beiden Rechengeschichten passen zur Rechnung **12 + 4**? Kreuze die zwei passenden Kästchen an.
  - X Alina hat 12 Bonbons.

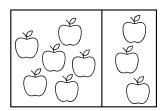
Sie bekommt 4 Bonbons von Julian geschenkt.

Laura hat 8 Bonbons. Sven hat 4 Bonbons. Sie legen ihre Bonbons zusammen.

12 Freunde treffen sich.
Jeder der Freunde hat 4 Bonbons.

X Petra hat 12 Bonbons. Amir hat 4 Bonbons mehr als Petra.

b) Setze Zahlen ein, sodass die Aufgabe zum Bild passt.



Aufgabe: 6 + 3 oder 3 + 6

\_\_/3

# Aufgabe 14

Pro Teilaufgabe 1 Punkt

Schreibe das Ergebnis auf.

a) 26 + 38 = 64

b) 185 + 46 = 231

\_/2

Aufgabe 15

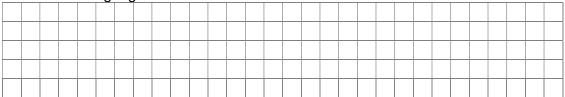
Pro Teilaufgabe 1 Punkt

Fülle die Leerstelle so aus, dass eine korrekte Rechnung entsteht.

a) 114 + 37 = 151

b) 5 624 + 2 376 = 8 000

/ 2



Teilaufgabe a): 2 Punkte, Teilaufgabe b): 1 Punkt

a) Welche beiden Rechengeschichten passen zur Rechnung **12** – **4**? Kreuze die <u>zwei</u> passenden Kästchen an.

Alina hat 12 Bonbons.

Sie bekommt 4 Bonbons von Julian geschenkt.

X Alex hat 12 Bonbons.

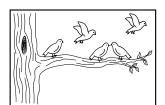
Moritz hat 4 Bonbons weniger als Alex.

X Felix hat 12 Bonbons.

Er verschenkt 4 Bonbons an Hanna.

Tim verschenkt 12 Bonbons an seine Freunde. Jeder soll 4 Bonbons erhalten.

b) Setze Zahlen ein, sodass die Aufgabe zum Bild passt.



Aufgabe: 5-2 oder 5-3

Die Lösung 3 – 2 wird nicht akzeptiert

\_\_\_/3

Aufgabe 17

Pro Teilaufgabe 1 Punkt

Schreibe das Ergebnis auf.

a) 
$$73 - 37 = 36$$

b) 
$$603 - 598 = 5$$

\_\_/2

Aufgabe 18

Pro Teilaufgabe 1 Punkt

Fülle die Leerstelle so aus, dass eine korrekte Rechnung entsteht.

a) 
$$50 - 24 = 26$$

b) 
$$210 - 87 = 123$$

/ 2

Teilaufgabe a): 2 Punkte, Teilaufgabe b): 1 Punkt

- a) Welche beiden Rechengeschichten passen zur Rechnung **12 · 4**? Kreuze die <u>zwei</u> passenden Kästchen an.
  - X

12 Freunde treffen sich.

Jeder der Freunde hat 4 Bonbons.

Tina hat 3 Bonbons.

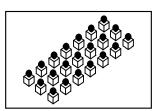
Kurt hat 4 mal so viele Bonbons wie Tina.

Χ

Markus kauft sich 12 Tage lang jeden Tag 4 Bonbons.

Tim verschenkt 12 Bonbons an seine Freunde. Jeder soll 4 Bonbons erhalten.

b) Setze Zahlen ein, sodass die Aufgabe zum Bild passt.



Aufgabe: 3 · 7 oder 7 · 3

oder 21 · 1 oder 1 · 21

/ 3

Aufgabe 20

Pro Teilaufgabe 1 Punkt

Schreibe das Ergebnis auf.

a) 
$$7 \cdot 80 = 560$$

b) 
$$39 \cdot 4 = 156$$

\_ / 2

Aufgabe 21

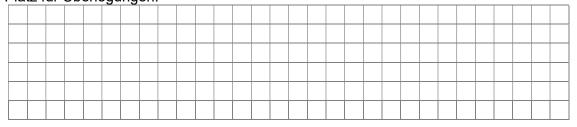
Pro Teilaufgabe 1 Punkt

Fülle die Leerstelle so aus, dass eine korrekte Rechnung entsteht.

a) 
$$40 \cdot 6 = 240$$

b) 
$$9 \cdot 15 = 135$$

\_\_/2

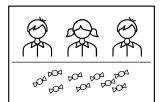


Teilaufgabe a): 2 Punkte, Teilaufgabe b): 1 Punkt

- a) Welche beiden Rechengeschichten passen zur Rechnung **12 : 4**? Kreuze die <u>zwei</u> passenden Kästchen an.
  - 4 Bonbons werden an 12 Freunde verteilt.
  - X 4 Freundinnen teilen sich 12 Bonbons. Alle Freundinnen erhalten gleich viele Bonbons.

Markus kauft sich 12 Tage lang jeden Tag 4 Bonbons.

- X Tim verpackt 12 Bonbons in Tüten. In jede Tüte packt er 4 Bonbons.
- b) Setze Zahlen ein, sodass die Aufgabe zum Bild passt.



Aufgabe: 9 : 3

\_ / 3

Aufgabe 23

Pro Teilaufgabe 1 Punkt

Schreibe das Ergebnis auf.

\_ / 2

Aufgabe 24

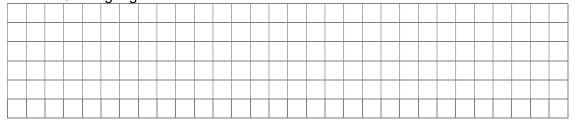
Pro Teilaufgabe 1 Punkt

Fülle die Leerstelle so aus, dass eine korrekte Rechnung entsteht.

a) 108:12 = 9

b) 49:7=7

\_\_/2



# Instruktionen zum Bayreuther Rechentest (BRT) für testleitende Lehrkräfte

### 1. Beschreibung des Bayreuther Rechentests

Der *Bayreuther Rechentest (BRT)* ist ein produktorientierter Paper-Pencil-Test, der mathematische Basiskompetenzen im Bereich der natürlichen Zahlen überprüft und so Defizite, die auf eine Rechenschwäche hindeuten, aufdeckt.

Er umfasst insgesamt 24 Aufgaben und gliedert sich inhaltlich in drei Kategorien, in denen besondere Schwierigkeiten beim Rechnen typischerweise auftreten:

- I. Verständnis der natürlichen Zahlen
- II. Verständnis des Stellenwertsystems
- III. Verständnis der Rechenoperationen

Der Bayreuther Rechentest dient der Identifikation von potenziell rechenschwachen Schülerinnen und Schülern im Sinne eines Screenings, ohne dabei eine abschließende Diagnose von Rechenschwäche zu stellen.

Im Anschluss an die Durchführung des Bayreuther Rechentests sieht das Bayreuther Testpaket die Durchführung der *Bayreuther Förderdiagnostik (BFD)* vor.

### 2. Durchführung des Bayreuther Rechentests

#### **Generelle Hinweise**

### Setting

Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten den Bayreuther Rechentest schriftlich auf Papier. Er kann als Gruppentest im Klassenunterricht ohne Einschränkungen an die Teilnehmerzahl durchgeführt werden. Die Schülerinnen und Schüler dürfen hierbei nicht zusammenarbeiten und sich nicht untereinander austauschen.

#### **Zeitlicher Rahmen**

Die Bearbeitungszeit des Bayreuther Rechentests beträgt 40 Minuten, gegebenenfalls zuzüglich Nachteilsausgleich. Diese Beschränkung der Bearbeitungszeit ist notwendig, weil zählende Rechenstrategien durchaus zu korrekten Ergebnissen führen können, jedoch so zeitaufwendig sind, dass derartige Defizite durch die Zeitbegrenzung offensichtlich werden.

#### **Erlaubte Hilfsmittel**

Die Schülerinnen und Schüler sollen die Aufgaben allesamt möglichst im Kopf bearbeiten. Die Verwendung von Taschenrechnern, Smartphones und Smartwatches ist nicht erlaubt. Überlegungen, Nebenrechnungen und Zwischenschritte werden ebenfalls auf den Testheften notiert.

#### Keine gemeinsame Verbesserung

Im Gegensatz zu schulischen Leistungserhebungen findet im Nachgang keine gemeinsame Verbesserung des Rechentests mit den Schülerinnen und Schülern statt. Die korrigierten Testhefte können den Schülerinnen und Schülern jedoch zur Einsichtnahme gezeigt werden.

### Archivierung der Testhefte

Es empfiehlt sich, die Testhefte während des Förderzeitraums aufzubewahren, um die Lernfortschritte der geförderten Schülerinnen und Schüler beobachten zu können.

### Vorgehen bei der Durchführung des Bayreuther Rechentests

### **Vorbereitung des Rechentests**

- Drucken Sie die Testhefte des Bayreuther Rechentests doppelseitig aus und heften Sie diese. Ein Farbdruck ist dabei nicht nötig.
- Drucken Sie für die anschließende Auswertung zudem die Auswertungsbögen doppelseitig aus.
   Diese werden nicht an die Schülerinnen und Schüler ausgegeben.
- Verteilen Sie die Testhefte so auf den Tischen der Schülerinnen und Schüler, dass die Vorderseite oben liegt.
- Stellen Sie sicher, dass die Rechentests in Einzelarbeit bearbeitet werden.
- Fordern Sie die Schülerinnen und Schüler dazu auf, die benötigten Materialien bereitzulegen und weisen Sie auf nicht erlaubte Hilfsmittel hin.
- Legen Sie eine Uhr bereit, um die Einhaltung der Bearbeitungszeit sicherzustellen.
- Achten Sie darauf, dass die Testhefte erst bei Bearbeitungsbeginn geöffnet werden.

#### **Beginn des Rechentests**

Erläutern Sie die folgenden Hinweise zur Bearbeitung wörtlich oder sinngemäß:

"Lies dir die Aufgabenstellungen aufmerksam durch und schreibe gut leserlich. Du kannst die Aufgaben in einer beliebigen Reihenfolge bearbeiten.

Löse zuerst die Aufgaben, die du einfach findest und gehe erst später zu den schwierigen Aufgaben zurück.

Streiche falsche Ergebnisse klar erkennbar durch und verbessere diese direkt daneben oder darüber. Verwende keine Tintenkiller oder andere Korrekturhilfsmittel.

Bitte versuche, so weit wie möglich im Kopf zu rechnen und rechne nur die Aufgaben schriftlich, die du nicht im Kopf rechnen kannst.

Schreibe Nebenrechnungen direkt auf das Testheft. Zusätzlicher Platz für Überlegungen ist auf mehreren Seiten vorhanden."

- Stellen Sie sicher, dass die Felder *Name*, *Klasse* und *Datum* ausgefüllt werden.
- Starten Sie anschließend die Bearbeitungszeit (40 Minuten).

#### Bearbeitung des Rechentests

- Notieren Sie Beginn und Ende der Bearbeitungszeit an der Tafel.
- Verweise Sie bei Nachfragen auf den Aufgabentext, denn während der Bearbeitung sind keine Rückfragen vorgesehen.
- Teilen Sie die noch verbleibende Bearbeitungszeit nach 15 und nach 25 Minuten mit.

### **Beendigung des Rechentests**

- Beenden Sie die Bearbeitung nach 40 Minuten.
- Stellen Sie sicher, dass die Vorderseite des Testhefts ordnungsgemäß ausgefüllt ist.
- Sammeln Sie anschließend die Testhefte ein.

### 3. Auswertung des Bayreuther Rechentests

#### **Generelle Hinweise**

#### **Zeitlicher Aufwand**

Der Auswertungsaufwand beträgt etwa 10 Minuten pro Rechentest.

### **Dichotome Auswertung**

Bewertet wird ausschließlich die Korrektheit der Endergebnisse; Rechenwege und Teilschritte der Lösung gehen nicht in die Bewertung ein. Es werden nur ganze Punkte vergeben.

### Folgerungen aus der Auswertung

Mithilfe des Bayreuther Rechentests sollen Schülerinnen und Schüler mit besonderem Förderbedarf im Bereich des arithmetischen Basisstoffs identifiziert werden.

Die Auswahl derjenigen Schülerinnen und Schüler, die auf Basis ihrer Ergebnisse künftig an einer spezifischen Förderung teilnehmen sollten, erfolgt aus schulorganisatorischen und pädagogischen Gründen bewusst nicht anhand eines festgelegten Schwellenwerts der im Rechentest erreichten Gesamtpunktzahl.

Stattdessen sollte sich die Anzahl der zu fördernden Schülerinnen und Schüler nach der Förderkapazität der jeweiligen Schule und dem pädagogischen Ermessen der jeweiligen Lehrkraft richten. Die anschließenden Fördereinheiten sollten dabei mindestens wöchentlich im Einzelsetting oder in Kleingruppen von höchstens drei Kindern stattfinden.

Wenn eine Schule es also beispielsweise einrichten kann, dass zwei Mathematik-Lehrkräfte wöchentlich je eine Fördereinheit in Dreiergruppen anbieten, so kommen dafür als Vorauswahl zunächst die sechs Schülerinnen und Schüler mit den niedrigsten Gesamtergebnissen infrage. Die Eignung dieser Kandidatinnen und Kandidaten wird vor dem Hintergrund der pädagogischen Einschätzungen der unterrichtenden Mathematik-Lehrkräfte reflektiert; die Auswahl wird anschließend entsprechend angepasst.

### Vorgehen bei der Auswertung des Bayreuther Rechentests

### Korrektur des Bayreuther Rechentests

- Korrigieren Sie die bearbeiteten Testhefte mithilfe des Erwartungshorizonts und der darin enthaltenen Korrekturhinweise.
- Tragen Sie die erreichten Punktzahlen auf den Testheften in die neben jeder Aufgabe vorgesehen Felder ein.
- Summieren Sie die Punkte, die in den einzelnen Aufgaben einer jeden der drei Kategorien erzielt wurden und tragen Sie diese auf den Testheften in die vorgesehenen Felder ein.
- Summieren Sie alle erreichten Punkte zu einer Gesamtpunktzahl. Tragen Sie diese auf der Vorderseite des Testhefts als Ergebnis ein und geben Sie diese zudem prozentual an.
- Teilergebnisse und Überlegungen gehen nicht in die Bewertung ein. Eine zusätzliche Sichtung der Nebenrechnungen lohnt sich unter Umständen aber dennoch, um Hinweise auf individuelle Fehlermuster und problematische Strategien zu gewinnen. Markieren Sie besondere Auffälligkeiten in den Testheften beispielsweise mit einem Klebezettel, um diese anschließend auf dem Auswertungsbogen vermerken zu können.

	16	Operationsverständnis der Subtraktion		7im subtrahiert konse-
Subtraktion	17	Beherrschen der Subtraktion	/ 2	quent die kleinere von der größeren Ziffer.
	18	Ergänzungsaufgaben der Subtraktion	/ 2	uer großeren Zetter.

### Exemplarischer Auszug aus dem Auswertungsbogen

### Übertragen der Punktzahlen in den Auswertungsbogen

- Verwenden Sie den Auswertungsbogen zum Bayreuther Rechentest.
- Füllen Sie die Felder Name, Klasse, Datum und Ergebnis auf der Vorderseite aus.
- Übertragen Sie die in den einzelnen Aufgaben bzw. den drei Kategorien erreichten Punkte auf den Auswertungsbogen.
- Notieren Sie zusätzliche Anmerkungen, falls Sie bei der Korrektur oder bei der Sichtung der Nebenrechnungen besondere Auffälligkeiten bemerkt haben.
- Notieren Sie Ihren Namen und unterschreiben Sie den Auswertungsbogen auf der letzten Seite.

# **Bayreuther Rechentest**

# zur Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Mathematikunterricht

- Auswertungsbogen -

Klasse:	 	
Datum:	 	

Ergebnis: \_\_\_\_ von 60 Punkten ≙ \_\_\_\_ %

Name:

I. Verstä	ndnis	/ 16 ≙ %		
Lern- bereich	Auf- gabe	Fokussierter Lerninhalt	Erreichte Punkte	Besondere Anmerkungen
Kardinaler	1	Mengen- vergleich	/ 2	
Zahlaspekt	2	Mengen- beurteilung	/2	
Ordinaler	3	Zähl- fertigkeiten	/ 2	
Zahlaspekt	4	Zahlen- strahl	/2	
Zahl-	5	Zahl- zerlegung	/ 4	
beziehungen	6	Halbieren und Verdoppeln	/4	

II. Verstä	II. Verständnis des Stellenwertsystems: / 16 ≙ %					
Lern- bereich	Auf- gabe	Fokussierter Lerninhalt	Erreichte Punkte	Besondere Anmerkungen		
Dekadisches	7	Dekadisches Entbündeln	/ 2			
Bündelungs- prinzip	8	Dekadisches Bündeln	/ 2			
Stellenwert-	9	Dezimales Stellenwertsystem	/ 2			
verständnis	10	Große Zahlen	/ 4			
Nutzen von	11	Stellenwertbezogene Seriation	/ 4			
Stellenwert- beziehungen	12	Stellenwertbezogener Transfer	/ 2			

#### III. Verständnis der Rechenoperationen: \_\_\_\_ / 28 ≙ \_\_\_\_ % Auf-**Fokussierter** Erreichte Lern-Besondere bereich gabe Lerninhalt Punkte Anmerkungen Operationsverständnis / 3 13 der Addition Beherrschen \_\_\_\_ / 2 Addition 14 der Addition Ergänzungsaufgaben \_\_\_\_ / 2 15 der Addition Operationsverständnis / 3 16 der Subtraktion Beherrschen Subtraktion \_\_\_\_\_ / 2 17 der Subtraktion Ergänzungsaufgaben 18 / 2 der Subtraktion Operationsverständnis 19 / 3 der Multiplikation Beherrschen \_\_\_\_ / 2 20 Multiplikation der Multiplikation Ergänzungsaufgaben 21 / 2 der Multiplikation Operationsverständnis 22 / 3 der Division Beherrschen \_\_\_\_ / 2 Division 23 der Division Ergänzungsaufgaben 24 / 2 der Division

Testleitende Lehrkraft	Unterschrift

# Bayreuther Förderdiagnostik

zur Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Mathematikunterricht

Interview-Leitfaden und Interview-Protokoll –

Name: \_\_\_\_\_

Klasse:

Datum: \_\_\_\_\_

	I. Verständnis der natürlichen Zahlen						
Aufgabe 1				Mengenvergleich			
Benötigtes M	/laterial: 15 Würfel						
, -	n werde, ist <i>meine</i> Reihe."		d erklären Sie: "Das hier ist <i>deine</i> Reihe. Us 7 Würfeln darunter; ordnen Sie die Wü				
Fragen Sie	e: "Wie viele Würfel sind es	in <i>meiner</i> Reihe <i>mehr</i> als in deiner	Reihe?"				
Korrekte Lösung:	Antwort des Probanden:	Erläuterung des Probanden:	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige Beobachtungen:			
3	o korrekte Lösung		o simultane Erfassung der Differenz				
	o fehlerhafte Lösung:		<ul> <li>Einzelnes Abzählen der Würfel</li> <li>Rechnen (7 – 4)</li> </ul>				
	Würfel		0				
•	<b>U</b> ,	den deutlich sichtbar, wie folgt jewe	itte genau zu, wie ich das mache." Legen eils zwei Würfel an:	Sie an jede Reihe			
		Testleiter					
Fragen Sie	e: "Wie viele Würfel sind es	in <i>meiner</i> Reihe <i>jetzt mehr</i> als in de	einer Reihe?"				
Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige			
Lösung:	Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:			
3	<ul> <li>korrekte Lösung</li> </ul>		o simultane Erfassung der Differenz				
	o fehlerhafte Lösung:		<ul> <li>Einzelnes Abzählen der Würfel</li> </ul>				
			○ Rechnen (9 – 6)				
	Würfel		0				

Seite 1 © A. Steinecke, M. Martin

### Benötigtes Material: Anhang A

Erklären Sie: "Jetzt sollst du bitte schätzen, wie viele Punkte auf dem Bild, das ich dir gleich zeigen werde, ungefähr zu sehen sind. Ich zeige dir das Bild dabei nur ganz kurz."

Zeigen Sie jedes Bild nur für etwa 4 Sekunden, damit der Proband die abgebildeten Elemente nicht einzeln abzählen kann.

a) Zeigen Sie Bild 1 und sagen Sie: "Wie viele Punkte sind das hier ungefähr?"
Wenn keine Antwort kommt, fragen Sie nach: "Mehr als 7?"
Wenn die Frage korrekt mit ja beantwortet wird, fragen Sie weiter: "Mehr als 30?"

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:		Beobachtungen:
12	<ul> <li>akzeptable Anzahl         (ca. 8 bis 15 Punkte)</li> <li>inakzeptable Anzahl:         Punkte</li> </ul>		<ul> <li>sichere, realistische Beurteilung der Menge</li> <li>unrealistische Beurteilung der Menge</li> <li>Unsicherheit</li> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	

b) Zeigen Sie Bild 2 und sagen Sie: "Wie viele Punkte sind das hier ungefähr: Mehr als 100?" Wenn die Frage korrekt mit nein beantwortet wird, fragen Sie weiter: "Weniger als 30?"

Korrekte Lösung:	Antwort des Probanden:	Erläuterung des Probanden:	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige Beobachtungen:
50	<ul><li>akzeptable Anzahl (ca. 30 bis 70 Punkte)</li></ul>		<ul> <li>sichere, realistische Beurteilung der Menge</li> </ul>	
	o inakzeptable Anzahl: Punkte		<ul> <li>unrealistische Beurteilung der Menge</li> <li>Unsicherheit</li> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	

**>>** 

Aufgabe 3 Zählfertigkeiten

### Benötigtes Material: 2 Kärtchen

Erklären Sie: "Nun sollst du bitte laut zählen, und zwar nicht in Einerschritten, sondern in bestimmten Sprüngen. Ich schreibe dir auf, von welcher Zahl aus wir beginnen."

a) Schreiben Sie die Startzahl 985 auf das Kärtchen und sagen Sie: "Zähle bitte laut in *Fünfer*schritten *vorwärts* ab 985." Brechen Sie den Zählvorgang nach sechs genannten Zahlen ab.

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:
990,	<ul><li>korrektes Zählen</li></ul>		<ul> <li>sicheres, automatisiertes Zählen</li> </ul>	
995,	<ul><li>fehlerhaftes Zählen:</li></ul>		o einzelnes Abzählen der Fünferschritte	
1 000,	, ,		<ul> <li>Probleme beim Tausenderübergang</li> </ul>	
1 005,	·		<ul> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> </ul>	
1 010,	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		<ul> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> </ul>	
1 015.			<ul> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	
. 310.			0	

b) Schreiben Sie die Startzahl 7 024 auf das Kärtchen und sagen Sie: "Zähle diesmal bitte laut in *Zehner*schritten *rückwärts* ab 7 024." Brechen Sie den Zählvorgang nach sechs genannten Zahlen ab.

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:
7 014,	<ul><li>korrektes Zählen</li></ul>		o sicheres, automatisiertes Zählen	
7 004,	o fehlerhaftes Zählen:		o einzelnes Abzählen der Zehnerschritte	
6 994,	, ,		<ul> <li>Probleme beim Tausenderübergang</li> </ul>	
6 984,			Zuhilfenahme der Finger	
6 974,	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)	
6 964.	,		Ratlosigkeit	
			0	

Aufgabe 4 Zahlenstrahl

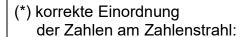
### Benötigtes Material: Anhang B, 3 Kärtchen

Schreiben Sie die Zahlen 985, 570 und 169 auf 3 verschiedene Kärtchen und legen Sie diese ungeordnet auf den Tisch.

Legen Sie zudem den Zahlenstrahl aus Anhang A auf den Tisch und erklären Sie: "Wir betrachten jetzt Zahlen am Zahlenstrahl. Unser Zahlenstrahl geht von 0 bis 1 000. Ich habe dir drei verschiedene Zahlen aufgeschrieben. Zeige mir bitte mit dem Finger jeweils am Zahlenstrahl, wo die Zahl ungefähr liegt. In welcher Reihenfolge du mir die Zahlen zeigen möchtest, darfst du selbst entscheiden."

Falls der Proband das Zahlenkärtchen auf den Zahlenstrahl legt, so bitten Sie um ein exakteres Anzeigen der Zahl mit dem Finger und entfernen Sie das Zahlenkärtchen, bevor die nächste Zahl gezeigt wird.

Korrekte Lösung:	Antwort des Probanden:	Erläuterung des Probanden:	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige Beobachtungen:
siehe (*)	<ul><li>korrekte</li><li>Einordnung</li></ul>		o sichere, strategische Einordnung	
	<ul><li>fehlerhafte</li><li>Einordnung:</li></ul>		<ul><li>unrealistische Einordnung</li><li>Abzählen in Sprüngen von 0 ab</li></ul>	
	siehe (**)		o Raten	



(\*\*) vom Probanden vorgenommene Einordnung der Zahlen am Zahlenstrahl:



1000

Benötigtes Material: 9 Würfel

a) Legen Sie 9 Würfel ungeordnet vor den Probanden auf den Tisch und sagen Sie: "Wir haben insgesamt 9 Würfel. Stelle dir vor, davon bekomme ich 5. Wie viele Würfel bekommst du?"

Führen Sie die Zerlegung mit dem Material nur durch, wenn der Proband keine Lösung nennen kann.

Korrekte Lösung:	Antwort des Probanden:	Erläuterung des Probanden:	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige Beobachtungen:
4	o korrekte Zerlegung		o automatisierte Zahlzerlegung	
	o fehlerhafte Zerlegung: $9 = 5 + \underline{\hspace{1cm}}$		<ul> <li>Weiterzählen (6,7,8,9)</li> <li>Rückwärtszählen (8,7,6,5,4)</li> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> <li>Verwendung des Materials</li> </ul>	

b) "Jetzt stelle dir vor, wir haben insgesamt 20 Würfel, davon bekomme ich 13. Wie viele Würfel bekommst du?"

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:
7	<ul><li>korrekte Zerlegung</li></ul>		<ul> <li>automatisierte Zahlzerlegung</li> </ul>	
	o fehlerhafte Zerlegung:		o Weiterzählen (14, 15,, 20)	
			o Rückwärtszählen (19, 18,,7)	
	20 = 13 +		<ul> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> </ul>	
			<ul> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> </ul>	
			Ratlosigkeit	
			0	

**Benötigtes Material: 14 Würfel** 

a) Legen Sie 6 Würfel ungeordnet vor den Probanden auf den Tisch und sagen Sie: "Hier liegen 6 Würfel. Bitte lege so viele Würfel dazu, dass wir doppelt so viele haben."

Nachdem der Proband die Materialhandlung durchgeführt hat, fragen Sie weiter: "Wie viele Würfel liegen nun also hier?"

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:
6 Würfel	o korrektes Verdoppeln		o sicheres Verdoppeln	
werden	o fehlerhaftes Verdoppeln:		Abzählen der Gesamtzahl	
dazu gelegt;			○ zählendes Rechnen (z. B. 6 + 6)	
12 Würfel	Würfel		<ul> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> </ul>	
liegen dann	werden dazu gelegt		Ratlosigkeit	
auf dem Tisch.			0	

b) Legen Sie 2 weitere Würfel dazu, sodass nun 14 Würfel ungeordnet auf dem Tisch liegen, und sagen Sie: "Hier liegen jetzt 14 Würfel. Bitte nimm so viele Würfel weg, dass wir nur noch halb so viele haben."

Nachdem der Proband die Materialhandlung durchgeführt hat, fragen Sie weiter: "Wie viele Würfel liegen nun also noch hier?"

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:
7 Würfel	<ul> <li>korrektes Halbieren</li> </ul>		o sicheres Halbieren	
werden wegge-	o fehlerhaftes Halbieren:		o Abzählen der halbierten Gesamtzahl	
nommen;			<ul><li>o zählendes Rechnen (z. B. 14 − 7)</li></ul>	
7 Würfel	Würfel		<ul> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> </ul>	
liegen dann noch	werden weggenommen		o Ratlosigkeit	
auf dem Tisch.			0	

# II. Verständnis des Stellenwertsystems

### Aufgabe 7 Dekadisches Entbündeln

Benötigtes Material: 40 Würfel, in Zehner-Häufchen gebündelt

a) Legen Sie 4 Häufchen zu je 10 Würfeln vor den Probanden auf den Tisch. Zeigen Sie auf die Häufchen und erklären Sie: "Diese Häufchen hier bestehen aus jeweils 10 Würfeln." Auf Wunsch darf der Proband diese auch exemplarisch nachzählen.

Sagen Sie: "Bitte lege nun 24 Würfel vor dich auf den Tisch."

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:
24 Würfel	- korrokto Lägung		<ul> <li>Verwenden von 2 Zehner-Häufchen</li> </ul>	
werden se-	<ul> <li>korrekte Lösung</li> </ul>		und 4 einzelnen Würfeln	
pariert	○ fehlerhafte Lösung:		o einzelnes Abzählen der 24 Würfel	
	_		○ Verzählfehler	
	Würfel		<ul> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> </ul>	
			0	

b) Sagen Sie: "Stell dir vor, hier würden nun 23 solche Häufchen liegen, die jeweils aus 10 Würfeln bestehen. Wie viele einzelne Würfel wären das dann?"

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:
230	<ul> <li>korrekte Lösung</li> </ul>		<ul> <li>Korrektes Entbündeln im Kopf</li> </ul>	
Würfel	o fehlerhafte Lösung:		o Stellenwertfehler (z. B. 23 statt 230)	
	-		<ul> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> </ul>	
	Würfel		o Ratlosigkeit	
			0	

Aufgabe 8 Dekadisches Bündeln

Benötigtes Material: 100 Würfel

a) Legen Sie alle 100 Würfel ungeordnet vor den Probanden auf den Tisch. Sagen Sie: "Hier liegen 100 einzelne Würfel. Wir möchten nun jeweils 10 dieser Würfel zu einem Häufchen zusammenfassen. Wie viele Häufchen könnten wir dann bilden?"

Führen Sie die Bündelung mit dem Material ansatzweise vor, wenn der Proband keine Lösung nennen kann. Fassen Sie dazu 10 der 100 Würfel zu einem Häufchen zusammen.

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:
10	<ul><li>korrekte Lösung</li></ul>		<ul> <li>Korrektes Bündeln im Kopf</li> </ul>	
	<ul><li>fehlerhafte Lösung:</li><li>Würfel</li></ul>		<ul> <li>Stellenwertfehler (z. B. 100 statt 10)</li> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	
			0	

b) Sagen Sie: "Stelle dir vor, hier würden 120 einzelne Würfel liegen und wir möchten wieder jeweils 10 dieser Würfel zu einem Häufchen zusammenfassen. Wie viele Häufchen könnten wir dann bilden?"

Korrekte Lösung:	Antwort des Probanden:	Erläuterung des Probanden:	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige Beobachtungen:
12	o korrekte Lösung	2000 1 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 1	Korrektes Bündeln im Kopf	
	o fehlerhafte Lösung: Würfel		<ul> <li>Stellenwertfehler (z. B. 1 200 statt 12)</li> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	

Benötigtes Material: 2 Kärtchen

Erklären Sie: "Ich beschreibe dir nun eine Zahl und du sollst mir bitte sagen, welche Zahl ich meine."

a) Schreiben Sie die Angabe "2 Hunderter 5 Einer 3 Tausender" wie folgt untereinander auf ein Kärtchen:

2 Hunderter5 Einer3 Tausender

Sagen Sie: "Meine Zahl hat 2 Hunderter und 5 Einer und 3 Tausender. Wie heißt meine Zahl?"

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:
3 205	<ul><li>korrekte Lösung</li></ul>		<ul> <li>korrekter Stellenwertbezug</li> </ul>	
	o fehlerhafte Lösung:		<ul> <li>fehlerhafter Stellenwertbezug</li> <li>stellenweises Vorgehen (z. B. 253)</li> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	

b) Schreiben Sie die Angabe "6 Tausender 29 Hunderter" wie folgt untereinander auf ein Kärtchen: 6 Tausender 29 Hunderter"

Sagen Sie: "Meine Zahl hat 6 Tausender und 29 Hunderter. Wie heißt meine Zahl?"

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:
8 900	<ul><li>korrekte Lösung</li></ul>		korrekter Stellenwertbezug	
	○ fehlerhafte Lösung:		<ul> <li>fehlerhafter Stellenwertbezug</li> </ul>	
			<ul> <li>Missachtung des dekadischen Systems</li> <li>(z. B. 6 290)</li> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	

**>>** 

Aufacha 10	Grafia Zahlan
Aufgabe 10	Große Zahlen

Sagen Sie: "Nun probieren wir, mit großen Zahlen zu rechnen.

¬►

a) Schreiben Sie 10 000 + \_\_\_\_ = 100 000 auf ein Kärtchen. Sagen Sie: "Wieviel musst du zu 10 000 dazu geben, um 100 000 zu erhalten?"

[Schreiben Sie  $1000 + \underline{\phantom{0}} = 10000$  auf ein Kärtchen.

Sagen Sie: "Wieviel musst du zu 1 000 dazu geben, um 10 000 zu erhalten?"]

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:
90 000	<ul> <li>korrekte Lösung</li> </ul>		<ul> <li>sichere Lösung mit Stellenwertbezug</li> </ul>	
[9 000]	<ul> <li>fehlerhafte Lösung:</li> </ul>		<ul> <li>Stellenwertfehler</li> </ul>	
			<ul> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> </ul>	
			<ul> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> </ul>	
			<ul> <li>schriftliches Rechenverfahren im Kopf</li> </ul>	
			○ Ratlosigkeit	
			0	

**>>** 

b) Schreiben Sie 90 0000 + \_\_\_\_ = 900 000 auf ein Kärtchen. Sagen Sie: "Wieviel musst du zu 90 000 dazu geben, um 900 000 zu erhalten?"

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:
810 000	<ul> <li>korrekte Lösung</li> </ul>		<ul> <li>sichere Lösung mit Stellenwertbezug</li> </ul>	
	○ fehlerhafte Lösung:		o Stellenwertfehler	
			<ul> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> </ul>	
			<ul> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> </ul>	
			<ul> <li>schriftliches Rechenverfahren im Kopf</li> </ul>	
			<ul> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	
			0	

Schreiben Sie jede der folgenden 4 Zahlen auf ein separates Kärtchen:

- 9 685
- 9 765
- 10 005
- 10 010

Grenzen Sie die Hunderter- und die Tausenderstelle dabei deutlich voneinander ab.

Legen Sie die Zahlenkärtchen ungeordnet vor den Probanden auf den Tisch und sagen Sie: "Bitte ordne diese 4 Zahlen der Größe nach an. Beginne mit der kleinsten und erkläre mir bitte jeweils, was du dir dabei überlegst."

Korrekte Lösung:	Antwort des Probanden:	Erläuterung des Probanden:	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige Beobachtungen:
siehe (*)	<ul><li>korrekte Seriation</li></ul>		<ul> <li>korrekter Stellenwertbezug</li> </ul>	
	<ul><li>fehlerhafte Seriation:</li><li>siehe (**)</li></ul>		<ul> <li>fehlerhafter Stellenwertbezug</li> <li>fehlerhafte Seriation nach Ziffern</li> <li>(z. B. 10 005 &gt; 10 010, weil 5 &gt; 1)</li> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	

(\*) korrekte Seriation der Zahlen:

\_

(\*\*) vom Probanden vorgenommene Seriation der Zahlen:

9 685 < 9 765 < 10 005 < 10 010

\_\_\_\_< \_\_\_< \_\_\_\_<

Sagen Sie: "Rechne die folgenden Aufgaben nun bitte im Kopf."



a) Schreiben Sie die Rechnung 206 + 17 = 223 auf ein Kärtchen. Sagen Sie: "206 + 17 = 223. Wieviel ist dann 236 + 17?" [Schreiben Sie die Rechnung 6 + 17 = 23 auf ein Kärtchen. Sagen Sie: "6 + 17 = 23. Wieviel ist dann 206 + 17?"]

Korrekte Lösung:	Antwort des Probanden:	Erläuterung des Probanden:	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige Beobachtungen:
253	<ul><li>korrekte Lösung</li></ul>		<ul> <li>Nutzen der gegebenen Aufgabe</li> </ul>	
[223]	o fehlerhafte Lösung:		<ul> <li>erneute Berechnung</li> <li>zählendes Rechnen</li> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> <li>schriftliches Rechenverfahren im Kopf</li> </ul>	

**>>** 

b) Schreiben Sie die Rechnung 483 - 7 = 476 auf ein Kärtchen. Sagen Sie: "483 - 7 = 476. Wieviel ist dann 493 - 7?"

Korrekte Lösung:	Antwort des Probanden:	Erläuterung des Probanden:	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige Beobachtungen:
486	<ul><li>korrekte Lösung</li></ul>		<ul> <li>Nutzen der gegebenen Aufgabe</li> </ul>	
	o fehlerhafte Lösung:		<ul> <li>erneute Berechnung</li> <li>zählendes Rechnen</li> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> <li>schriftliches Rechenverfahren im Kopf</li> </ul>	

# III. Verständnis der Rechenoperationen

# Aufgabe 13 Operationsverständnis der Addition

#### Benötigtes Material: 30 Würfel, 1 Kärtchen

a) Schreiben Sie die Rechnung 5 + 7 = 12 auf ein Kärtchen. Legen Sie 30 Würfel vor den Probanden auf den Tisch und sagen Sie: "Nun stelle dir bitte vor, du bist der Lehrer/die Lehrerin und du sollst erklären, was mit der Rechnung 5 + 7 = 12 gemeint ist. Zeige und erkläre mir das bitte mithilfe der Würfel."

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:
	o korrekte		o sichere Materialhandlung und Erklä-	
	Veranschaulichung		rung	
Zu 5 Wür-	o fehlerhafte		o Darstellung der Mengen 5, 7 und 12	
feln wer-	Veranschaulichung:		<ul> <li>Darstellung der Ziffern</li> </ul>	
den 7 Wür-			<ul> <li>Darstellung des Rechenzeichens</li> </ul>	
fel dazu			<ul> <li>sprachliche Schwierigkeiten</li> </ul>	
gelegt.			○ Ratlosigkeit	
			0	

b) Sagen Sie: "Schau jetzt bitte genau zu, welche Aufgabe ich mit den Würfeln darstelle." Demonstrieren Sie die Aufgabe 3 + 4, indem Sie zunächst 3 Würfel auf den Tisch legen und zu diesen, für den Probanden deutlich sichtbar, 4 Würfel dazu legen. Fragen Sie: "Welche Plus-Aufgabe habe ich dir gezeigt?"

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:
0 . 4	<ul> <li>korrekte Lösung</li> </ul>		<ul><li>sichere Antwort</li></ul>	
3 + 4	<ul><li>fehlerhafte Lösung:</li></ul>		<ul> <li>Verzählfehler</li> </ul>	
oder $3 + 4 = 7$			○ Ratlosigkeit	
3 + 4 = 7			0	

[]

Sagen Sie: "Bitte rechne die folgenden Aufgaben nun möglichst vorteilhaft im Kopf und erkläre mir, wie du dabei vorgehst."



a) Schreiben Sie  $18 + 127 = \underline{\hspace{1cm}}$  auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Wieviel ist 18 + 127?" [Schreiben Sie  $8 + 27 = \underline{\hspace{1cm}}$  auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Wieviel ist 8 + 27?"]

Korrekte Lösung:	Antwort des Probanden:	Erläuterung des Probanden:	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige Beobachtungen:
145	<ul> <li>korrekte Lösung</li> </ul>		<ul> <li>sicheres vorteilhaftes Kopfrechnen</li> </ul>	
[35]	o fehlerhafte Lösung:		<ul> <li>sicheres unvorteilhaftes Kopfrechnen</li> <li>zählendes Rechnen</li> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> <li>schriftliches Rechenverfahren im Kopf</li> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	

**>**>

b) Schreiben Sie 265 + 99 = auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Wieviel ist 265 + 99?"

Korrekte Lösung:	Antwort des Probanden:	Erläuterung des Probanden:	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige Beobachtungen:
364	korrekte Lösung	des i lobaliden.	sicheres vorteilhaftes Kopfrechnen	Deobachtungen.
	o fehlerhafte Lösung:		<ul> <li>sicheres unvorteilhaftes Kopfrechnen</li> <li>zählendes Rechnen</li> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> <li>schriftliches Rechenverfahren im Kopf</li> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	

Sagen Sie: "Bitte rechne auch die folgenden Aufgaben wieder möglichst vorteilhaft im Kopf."

**|**¬▶|

a) Schreiben Sie 16 +	=	53 auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Welche Zahl muss in der Leerstelle stehen?"	•
[Schreiben Sie 16 +	=	23 auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Welche Zahl muss in der Leerstelle stehen?"	"]

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:		Beobachtungen:
37 [7]	<ul><li>korrekte Lösung</li><li>fehlerhafte Lösung:</li></ul>		<ul> <li>sichere vorteilhafte Lösungsstrategie</li> <li>sichere unvorteilhafte Lösungsstrategie</li> <li>zählendes Rechnen</li> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> <li>schriftliches Rechenverfahren im Kopf</li> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	

**>>** 

b) Schreiben Sie \_\_\_\_ + 1 350 = 9 000 auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Welche Zahl muss in der Leerstelle stehen?"

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:		Beobachtungen:
7 650	<ul><li>korrekte Lösung</li><li>fehlerhafte Lösung:</li><li></li></ul>		<ul> <li>sichere vorteilhafte Lösungsstrategie</li> <li>sichere unvorteilhafte Lösungsstrategie</li> <li>zählendes Rechnen</li> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> <li>schriftliches Rechenverfahren im Kopf</li> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	

Benötigtes Material: 30 Würfel, 1 Kärtchen

a) Schreiben Sie die Rechnung 11 - 5 = 6 auf ein Kärtchen. Legen Sie 30 Würfel vor den Probanden auf den Tisch und sagen Sie: "Stelle dir jetzt wieder vor, du bist der Lehrer/die Lehrerin und du sollst erklären, was mit der Rechnung 11 - 5 = 6 gemeint ist. Zeige und erkläre mir das bitte mithilfe der Würfel."

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:		Beobachtungen:
	<ul><li>korrekte</li></ul>		<ul> <li>sichere Materialhandlung und Erklä-</li> </ul>	
\\\ 44	Veranschaulichung		rung	
Von 11	<ul><li>fehlerhafte</li></ul>		o Darstellung der Mengen 11, 5 und 6	
Würfeln	Veranschaulichung:		<ul> <li>○ Darstellung der Ziffern</li> </ul>	
werden 5 Würfel			<ul> <li>Darstellung des Rechenzeichens</li> </ul>	
			<ul> <li>sprachliche Schwierigkeiten</li> </ul>	
weg-ge-			○ Ratlosigkeit	
nommen.			0	

[]

b) Sagen Sie: "Schau jetzt bitte wieder genau zu, welche Aufgabe ich mit den Würfeln darstelle." Demonstrieren Sie die Aufgabe 5 – 2, indem Sie zunächst 5 Würfel auf den Tisch legen und von diesen, für den Probanden deutlich sichtbar, 2 Würfel wegnehmen. Fragen Sie: "Welche Minus-Aufgabe habe ich dir gezeigt?"

Korrekte	Antwort	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige
Lösung:	des Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:
	<ul> <li>korrekte Lösung</li> </ul>		o sichere Antwort	
5 – 2	○ fehlerhafte Lösung:		○ Verzählfehler	
oder	_		<ul> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	
5 - 2 = 3			0	

Sagen Sie: "Bitte rechne die folgenden Aufgaben wieder möglichst vorteilhaft im Kopf und erkläre mir, wie du dabei vorgehst."

| ᠯ• |

a) Schreiben Sie 305 - 298 = auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Wieviel ist 305 - 298?" [Schreiben Sie 25 - 18 = auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Wieviel ist 25 - 18?"]

Korrekte Lösung:	Antwort des Probanden:	Erläuterung des Probanden:	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige Beobachtungen:
7	o korrekte Lösung		o sicheres vorteilhaftes Kopfrechnen	
[7]	o fehlerhafte Lösung:		<ul> <li>sicheres unvorteilhaftes Kopfrechnen</li> <li>zählendes Rechnen</li> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> <li>schriftliches Rechenverfahren im Kopf</li> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	

**>>** 

b) Schreiben Sie  $1\,067-69=$  auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Wieviel ist  $1\,067-69$ ?"

Korrekte Lösung:	Antwort des Probanden:	Erläuterung des Probanden:	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige Beobachtungen:
998	o korrekte Lösung		o sicheres vorteilhaftes Kopfrechnen	
	o fehlerhafte Lösung:		<ul> <li>sicheres unvorteilhaftes Kopfrechnen</li> <li>zählendes Rechnen</li> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> <li>schriftliches Rechenverfahren im Kopf</li> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	

Sagen Sie: "Bitte rechne auch die folgenden Aufgaben wieder möglichst vorteilhaft im Kopf."

a) Schreiben Sie 434	= 428 auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Welche Zahl muss in der Leerstelle stehen?"
[Schreiben Sie 34 –	= 28 auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Welche Zahl muss in der Leerstelle stehen?"]

Korrekte Lösung:	Antwort des Probanden:	Erläuterung des Probanden:	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige Beobachtungen:
6	o korrekte Lösung		o sichere vorteilhafte Lösungsstrategie	
[6]	o fehlerhafte Lösung:		o sichere unvorteilhafte Lösungsstrategie	
			<ul> <li>zählendes Rechnen</li> </ul>	
			<ul> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> </ul>	
			<ul> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> </ul>	
			<ul> <li>schriftliches Rechenverfahren im Kopf</li> </ul>	
			<ul> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	
			0	

**>>** 

b) Schreiben Sie  $\_\_$  – 12 = 69 auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Welche Zahl muss in der Leerstelle stehen?"

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:
81	<ul> <li>korrekte Lösung</li> </ul>		<ul> <li>sichere vorteilhafte Lösungsstrategie</li> </ul>	
	○ fehlerhafte Lösung:		o sichere unvorteilhafte Lösungsstrategie	
			o zählendes Rechnen	
			<ul> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> </ul>	
			<ul> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> </ul>	
			<ul> <li>schriftliches Rechenverfahren im Kopf</li> </ul>	
			<ul> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	
			0	

Benötigtes Material: 30 Würfel, 1 Kärtchen

a) Schreiben Sie die Rechnung  $3 \cdot 4 = 12$  auf ein Kärtchen. Legen Sie 30 Würfel vor den Probanden auf den Tisch und sagen Sie: "Stelle dir wieder vor, du bist der Lehrer/die Lehrerin und du sollst diesmal erklären, was mit der Rechnung  $3 \cdot 4 = 12$  gemeint ist. Zeige und erkläre mir das bitte wieder mithilfe der Würfel."

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:
	<ul><li>korrekte</li></ul>		o sichere Materialhandlung und Erklä-	
Es werden	Veranschaulichung		rung	
3 mal 4 o-	<ul><li>fehlerhafte</li></ul>		○ Darstellung der Mengen 3, 4 und 12	
der	Veranschaulichung:		<ul> <li>Darstellung der Ziffern</li> </ul>	
4 mal 3			<ul> <li>Darstellung des Rechenzeichens</li> </ul>	
Würfel auf			<ul> <li>sprachliche Schwierigkeiten</li> </ul>	
den Tisch			○ Ratlosigkeit	
gelegt.			0	

b) Sagen Sie: "Schau jetzt bitte wieder genau zu, welche Aufgabe ich mit den Würfeln darstelle." Demonstrieren Sie die Aufgabe 5 · 2, indem Sie zunächst 2 Würfel auf den Tisch legen und diese Handlung, für den Probanden deutlich sichtbar, 4 weitere Male durchführen. Fragen Sie: "Welche Mal-Aufgabe habe ich dir gezeigt?"

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:
	<ul><li>korrekte Lösung</li></ul>		o sichere Antwort	
5 : 2	○ fehlerhafte Lösung:		○ Verzählfehler	
oder			<ul> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	
			0	

<sup>\*</sup> Die Lösung  $2 \cdot 5$  bzw.  $2 \cdot 5 = 10$  kann ebenfalls akzeptiert werden.

Sagen Sie: "Bitte rechne die folgenden Aufgaben wieder möglichst vorteilhaft im Kopf und erkläre mir, wie du dabei vorgehst."

 $\left| \neg \downarrow \right|$ 

a) Schreiben Sie  $13 \cdot 4 =$  auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Wieviel ist  $13 \cdot 4$ ?" [Schreiben Sie  $7 \cdot 8 =$  auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Wieviel ist  $7 \cdot 8$ ?"]

Korrekte Lösung:	Antwort des Probanden:	Erläuterung des Probanden:	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige Beobachtungen:
52	o korrekte Lösung		o sicheres vorteilhaftes Kopfrechnen	
[56]	o fehlerhafte Lösung:		<ul> <li>sicheres unvorteilhaftes Kopfrechnen</li> <li>zählendes Rechnen</li> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> <li>schriftliches Rechenverfahren im Kopf</li> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	
			0	

**>>** 

b) Schreiben Sie 3.51 = auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Wieviel ist 3.51?"

Korrekte Lösung:	Antwort des Probanden:	Erläuterung des Probanden:	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige Beobachtungen:
153	korrekte Lösung	des i lobaliden.	sicheres vorteilhaftes Kopfrechnen	Deobachtungen.
	o fehlerhafte Lösung: ————		<ul> <li>sicheres unvorteilhaftes Kopfrechnen</li> <li>zählendes Rechnen</li> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> <li>schriftliches Rechenverfahren im Kopf</li> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	

Sagen Sie: "Bitte rechne auch die folgenden Aufgaben wieder möglichst vorteilhaft im Kopf."

7.

a) \$	Schreiben Sie 6 ·	= 48 auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Welche Zahl muss in der Leerstelle stehen?"
[9	Schreiben Sie 4 ·	= 16 auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Welche Zahl muss in der Leerstelle stehen?"]

Korrekte Lösung:	Antwort des Probanden:	Erläuterung des Probanden:	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige Beobachtungen:
8	o korrekte Lösung		o sichere vorteilhafte Lösungsstrategie	
[4]	o fehlerhafte Lösung:		o sichere unvorteilhafte Lösungsstrategie	
			<ul> <li>zählendes Rechnen</li> </ul>	
			<ul> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> </ul>	
			<ul> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> </ul>	
			<ul> <li>schriftliches Rechenverfahren im Kopf</li> </ul>	
			<ul> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	
			0	

**>>** 

b) Schreiben Sie \_\_\_\_ · 7 = 84 auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Welche Zahl muss in der Leerstelle stehen?"

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:		Beobachtungen:
12	<ul><li>korrekte Lösung</li><li>fehlerhafte Lösung:</li></ul>		<ul> <li>sichere vorteilhafte Lösungsstrategie</li> <li>sichere unvorteilhafte Lösungsstrategie</li> <li>zählendes Rechnen</li> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> <li>schriftliches Rechenverfahren im Kopf</li> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	

Benötigtes Material: 30 Würfel, 1 Kärtchen

a) Schreiben Sie die Rechnung 15: 5 = 3 auf ein Kärtchen. Legen Sie 30 Würfel vor den Probanden auf den Tisch und sagen Sie: "Stelle dir ein letztes Mal vor, du bist der Lehrer/die Lehrerin und du sollst erklärst, was mit der Rechnung 15: 5 = 3 gemeint ist. Zeige und erkläre mir das bitte mithilfe der Würfel."

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:
Es werden 3 Fünfer- oder 5 Dreier- Gruppen	korrekte     Veranschaulichung     fehlerhafte     Veranschaulichung:	des i reparteri.	<ul> <li>sichere Materialhandlung und Erklärung</li> <li>Darstellung der Mengen 15, 5 und 3</li> <li>Darstellung der Ziffern</li> <li>Darstellung des Rechenzeichens</li> <li>sprachliche Schwierigkeiten</li> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	Deobachtungen.
gebildet.*			0	

<sup>\*</sup> Alternativ kann der Proband auch vorführen, dass die 5 Würfel 3-mal in der Reihe aus 15 Würfeln Platz finden.

b) Sagen Sie: "Schau jetzt bitte noch einmal genau zu, welche Aufgabe ich mit den Würfeln darstelle." Demonstrieren Sie die Aufgabe 8: 2, indem Sie zunächst 8 Würfel auf den Tisch legen und diese, für den Probanden deutlich sichtbar, in zwei Häufchen aufteilen. Fragen Sie: "Welche Geteilt-Aufgabe habe ich dir gezeigt?"

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:
8:2 oder 8:2 = 4	<ul><li>korrekte Lösung</li><li>fehlerhafte Lösung:</li></ul>		<ul><li>sichere Antwort</li><li>Verzählfehler</li><li>Ratlosigkeit</li></ul>	

Sagen Sie: "Bitte rechne die folgenden Aufgaben wieder möglichst vorteilhaft im Kopf und erkläre mir, wie du dabei vorgehst."

\\_\_

a) Schreiben Sie 36:9= \_\_\_\_ auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Wieviel ist 36:9?" [Schreiben Sie 20:5= \_\_\_\_ auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Wieviel ist 20:5?"]

Korrekte Lösung:	Antwort des Probanden:	Erläuterung des Probanden:	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige Beobachtungen:
4	o korrekte Lösung		o sicheres vorteilhaftes Kopfrechnen	
[4]	o fehlerhafte Lösung:		o sicheres unvorteilhaftes Kopfrechnen	
			o zählendes Rechnen	
			<ul> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> </ul>	
			<ul> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> </ul>	
			<ul> <li>schriftliches Rechenverfahren im Kopf</li> </ul>	
			○ Ratlosigkeit	
			0	

**>>** 

b) Schreiben Sie 1 000 : 500 = \_\_\_\_ auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Wieviel ist 1 000 : 500?"

Korrekte Lösung:	Antwort des Probanden:	Erläuterung des Probanden:	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige Beobachtungen:
2	o korrekte Lösung		o sicheres vorteilhaftes Kopfrechnen	
	o fehlerhafte Lösung:		<ul> <li>sicheres unvorteilhaftes Kopfrechnen</li> <li>zählendes Rechnen</li> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> <li>schriftliches Rechenverfahren im Kopf</li> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	

Sagen Sie: "Bitte rechne die folgenden Aufgaben noch einmal möglichst vorteilhaft im Kopf."

7▶

a) Schreiben Sie 32:	_ = 4 auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Welche Zahl muss in der Leerstelle stehen?"
[Schreiben Sie 9:	= 3 auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Welche Zahl muss in der Leerstelle stehen?"]

Korrekte Lösung:	Antwort des Probanden:	Erläuterung des Probanden:	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige Beobachtungen:
8	o korrekte Lösung		o sichere vorteilhafte Lösungsstrategie	
[3]	o fehlerhafte Lösung:		<ul> <li>sichere unvorteilhafte Lösungsstrategie</li> <li>zählendes Rechnen</li> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> <li>schriftliches Rechenverfahren im Kopf</li> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	
	<u> </u>		0	!

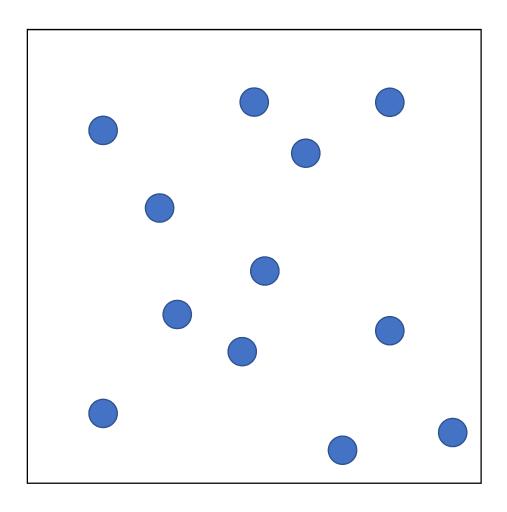
**>>** 

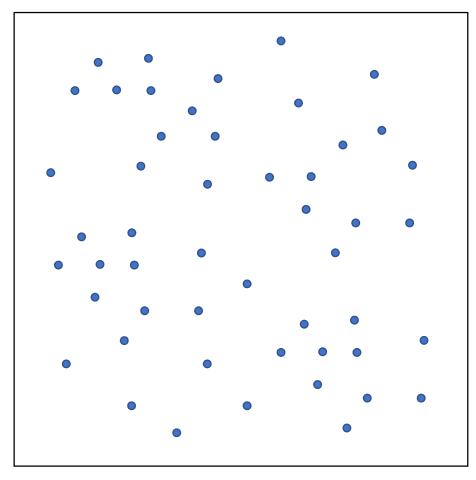
b) Schreiben Sie \_\_\_\_: 8 = 11 auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Welche Zahl muss in der Leerstelle stehen?"

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:		Beobachtungen:
88	<ul><li>korrekte Lösung</li><li>fehlerhafte Lösung:</li></ul>		<ul> <li>sichere vorteilhafte Lösungsstrategie</li> <li>sichere unvorteilhafte Lösungsstrategie</li> <li>zählendes Rechnen</li> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> <li>schriftliches Rechenverfahren im Kopf</li> <li>Ratlosigkeit</li> </ul>	

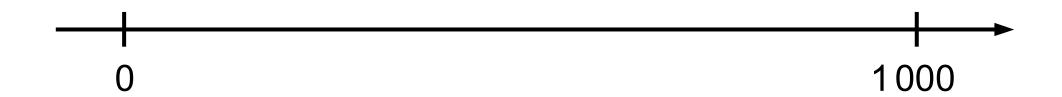
Anhang A (Aufgabe 2)
Bitte decken Sie das jeweils andere Bild bei der Demonstration ab, sodass der Proband nur ein Bild sehen kann.

Bild 1 Bild 2





Anhang B (Aufgabe 4)



# Instruktionen zur Bayreuther Förderdiagnostik (BFD) für testleitende Lehrkräfte

#### 1. Beschreibung der Bayreuther Förderdiagnostik

Die Bayreuther Förderdiagnostik (BFD) ist ein prozessorientiertes diagnostisches Verfahren zur Erfassung von Rechenfertigkeiten, bei dem in Form eines materialgestützten Einzelgesprächs mathematische Basiskompetenzen im Bereich der natürlichen Zahlen überprüft und so Defizite, die auf eine Rechenschwäche hindeuten, aufgedeckt werden.

Sie umfasst insgesamt 24 Aufgaben und gliedert sich inhaltlich in drei Kategorien, in denen besondere Schwierigkeiten beim Rechnen klassischerweise auftreten:

- I. Verständnis der natürlichen Zahlen
- II. Verständnis des Stellenwertsystems
- III. Verständnis der Rechenoperationen

Die Bayreuther Förderdiagnostik dient dazu, detaillierte Aussagen über vorhandene bzw. fehlende mathematische Basiskompetenzen zu treffen. Der individuelle Förderbedarf des Kindes wird so in einer Form offengelegt, die als Grundlage für individualisierte Fördermaßnahmen zur Überwindung der Rechenschwierigkeiten genutzt werden kann.

Vor der Durchführung der Bayreuther Förderdiagnostik sieht das Bayreuther Testpaket die Durchführung des Bayreuther Rechentests (BRT) vor.

# 2. Durchführung der Bayreuther Förderdiagnostik

#### **Generelle Hinweise**

#### Setting

Die Bayreuther Förderdiagnostik wird in Form eines leitfadenbasierten Einzelgesprächs und unter Verwendung von Anschauungsmaterialien mit dem jeweiligen Kind durchgeführt.

#### Zeitlicher Rahmen

Die Dauer des Interviews beträgt bei routinierter Testleitung etwa 40 bis 50 Minuten und kann somit im Rahmen einer regulären Unterrichtsstunde durchgeführt werden, sofern zusätzlich gegebenenfalls eine Pause, die vor oder nach der Unterrichtsstunde zur Verfügung steht, genutzt werden kann. Bei leistungs- bzw. konzentrationsschwachen Schülerinnen und Schülern sowie bei Lernenden mit sprachlichen Schwierigkeiten, bei denen das Gespräch mehr Zeit in Anspruch nimmt, sollte das Interview in mehreren Etappen durchgeführt werden. So ist es beispielsweise möglich, die Kategorien I, II und III des Interviews an separaten Terminen zu absolvieren. Gleichermaßen kann es im Fall von gravierenden Defiziten sinnvoll sein, die Förderung zunächst auf die bereits diagnostizierten Schwierigkeiten zu beschränken und die Diagnostik zu einem späteren Zeitpunkt fortzusetzen.

#### Leitfadenbasierte Interviewführung

Der Interview-Leitfaden enthält alle Anweisungen zur Durchführung des Interviews sowie strukturierte Beobachtungs- und Interpretationshilfen für das Anfertigen des Interview-Protokolls. In jeder Aufgabe ist zunächst beschrieben, welche Materialien benötigt werden, welche Vorbereitungen zu treffen bzw. welche Handlungen auszuführen sind und was gesagt oder erklärt werden muss.

Zum Zweck einer effizienten Dokumentation der Beobachtungen ist der Interview-Leitfaden in Form einer Tabelle vorstrukturiert. Diese enthält zum einen die Musterlösung der jeweiligen Aufgabe; zum anderen finden sich Felder, in denen die Erläuterungen und Verhaltensweisen des Kindes notiert sowie zutreffende Beobachtungen aus vorgegebenen Optionen ausgewählt werden.

Aufgabe 12 Stellenwertbezogener Transfer

#### Benötigtes Material: 2 Kärtchen

Sagen Sie: "Rechne die folgenden Aufgaben nun bitte im Kopf."



a) Schreiben Sie die Rechnung 206 + 17 = 223 auf ein Kärtchen. Sagen Sie: "206 + 17 = 223. Wieviel ist dann 236 + 17?" [Schreiben Sie die Rechnung 6 + 17 = 23 auf ein Kärtchen. Sagen Sie: "6 + 17 = 23. Wieviel ist dann 206 + 17?"]

Korrekte	Antwort des	Erläuterung	Mögliche Verfahrensweisen	Sonstige
Lösung:	Probanden:	des Probanden:	des Probanden:	Beobachtungen:
253	<ul> <li>korrekte Lösung</li> </ul>		Nutzen der gegebenen Aufgabe	
[223]	<ul> <li>fehlerhafte Lösung:</li> </ul>		o erneute Berechnung	
	_		o zählendes Rechnen	
			<ul> <li>Zuhilfenahme der Finger</li> </ul>	
			<ul> <li>Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken)</li> </ul>	
			<ul> <li>schriftliches Rechenverfahren im Kopf</li> </ul>	
			0	

#### **Exemplarischer Auszug aus dem Interview-Leitfaden**

Der Interview-Leitfaden ist dabei grundsätzlich als ebensolcher zu verstehen: Er stellt die Erfassung aller zu untersuchenden Aspekte sicher und bietet Unterstützung bei der Beobachtung und Interpretation, lässt jedoch auch Raum für individuelle Schlussfolgerungen und spontane pädagogische Entscheidungen. Nachfragen, Paraphrasierungen oder Hilfestellungen können und sollen von der testleitenden Lehrkraft je nach Bedarf flexibel gestellt werden.

#### Möglichkeiten zur Differenzierung

An einigen Stellen des Interviews hat die testleitende Lehrkraft nach eigenem pädagogischem Ermessen die Möglichkeit, einzelne Teilaufgaben kommentarlos zu überspringen oder in vereinfachter Form zu stellen. Von diesen Optionen soll Gebrauch gemacht werden, um Überforderung und Frustration für das interviewte Kind zu vermeiden und einen adäquaten zeitlichen Rahmen zu wahren. Die Differenzierungsmöglichkeiten sind im Interview-Leitfaden durch entsprechende Symbole gekennzeichnet.

#### Begleitender Materialeinsatz

An vielen bewusst gewählten Stellen des Interviews wird gegenständliches Anschauungsmaterial eingesetzt. Dies hat den Hintergrund, dass selbst leistungsstärkeren Schülerinnen und Schülern häufig die sprachlichen Mittel zur Beschreibung ihrer mathematischen Einsichten und Strategien fehlen. Der begleitende Materialeinsatz ermöglicht dem interviewten Kind eine handlungsgestützte Beschreibung seiner Gedankengänge und gibt ihm zudem Sicherheit, weil auf diese Weise nicht alle Aufgaben im Kopf gerechnet werden müssen. Die demonstrierten Materialhandlungen liefern aus diagnostischer Sicht aussagekräftige Hinweise auf die zugrundeliegenden Denkweisen und sollten daher besonders aufmerksam beobachtet werden.

Für die Bayreuther Förderdiagnostik wurden als Anschauungsmittel die Einerwürfel des sogenannten *Dienes-Materials* gewählt, da dieses auch in der anschließenden Förderung auf vielseitige Weise eingesetzt werden kann. Das Dienes-Grundsortiment enthält 100 Einerwürfel und ist bei verschiedenen Lehrmittelverlagen erhältlich.

Alternativ können im Interview auch vergleichbare Anschauungsmaterialien (z.B. Perlen, Muggelsteine, Gummibärchen etc.) verwendet werden.



#### Anfertigung des Interview-Protokolls

Das Interview-Protokoll wird parallel während der Interviewsituation angefertigt. Der Interview-Leitfaden enthält dazu strukturierte Beobachtungshilfen zum Ankreuzen, die eine zügige Dokumentation ermöglichen.

Für jedes Interview wird ein neues Exemplar des Interview-Leitfadens benötigt, um das Interview-Protokoll anfertigen zu können. Aus ökologischen und praktischen Gründen sollten der Interview-Leitfaden, wenn möglich, in digitaler Form verwendet und das Interview-Protokoll in digitaler Form angefertigt werden (z.B. am Tablet mit Stift).

Da das gleichzeitige Durchführen und Protokollieren des materialgestützten Interviews trotz der effizienten Dokumentationsvorlage vor allem bei mangelnder Routine eine Herausforderung für die testleitende Lehrkraft darstellt, ist es gegebenenfalls ratsam, eine zweite Lehrkraft zum Anfertigen des Interview-Protokolls hinzuzuziehen.

#### Schriftliche Darbietung der Aufgaben

Die Aufgaben werden in der vorgegebenen Reihenfolge gestellt und dem Kind größtenteils in schriftlicher Form dargeboten, um die Konzentration nicht übermäßig zu beanspruchen. Dem Kind wird dabei immer nur die zum entsprechenden Zeitpunkt zu lösende Aufgabe vorgelegt, damit die Aufmerksamkeit auf die jeweilige Bearbeitung fokussiert wird.

Um den Vorbereitungsaufwand für die testleitende Lehrkraft gering zu halten und eine informelle Interview-Atmosphäre zu kreieren, werden die Aufgaben von der Lehrkraft jeweils während der Interviewsituation auf kleine Kärtchen geschrieben. Alternativ können die Aufgabenkärtchen auch im Voraus angefertigt und mehrfach verwendet werden.

#### Impulse zum "Lauten Denken"

Um die individuellen Gedankengänge und (Fehl-)Vorstellungen des interviewten Kindes im Sinne einer qualitativen Denkanalyse nachvollziehen zu können, wird es zu Beginn des Interviews und währenddessen immer wieder zum "Lauten Denken" aufgefordert. Sofern die genutzten Lösungsstrategien nicht unmittelbar ersichtlich sind, sind konkrete Nachfragen und Impulse der testleitenden Lehrkraft erforderlich.

#### Reaktion auf die Antworten des Kindes

Während des Interviews sollte die testleitende Lehrkraft möglichst keine Rückmeldung bezüglich der Korrektheit der Antworten geben, denn während positives Feedback für das interviewte Kind durchaus motivierend sein kann, würden wiederholt negative oder korrigierende Rückmeldungen das Kind zunehmend verunsichern.

Des Weiteren werden falsche Ergebnisse im diagnostischen Interview *nicht* verbessert oder erläutert. Die testleitende Lehrkraft sollte stattdessen positiv-neutral auf die Antworten des Kindes reagieren; anstatt die Korrektheit des Ergebnisses zu kommentieren, sollten also vielmehr die Einblicke in die Vorgehensweise des Kindes gewürdigt werden. Mögliche Formulierungen sind beispielsweise:

- "Das hast du mir schön erklärt. Ich kann deinen Lösungsweg nun gut nachvollziehen."
- "Ich verstehe, wie du vorgegangen bist."
- "Es ist toll, wie präzise du mir deine Vorgehensweise erläuterst."

#### Benötigte Materialien

Für die Durchführung der Bayreuther Förderdiagnostik werden die folgenden Materialien benötigt:

- Interview-Leitfaden
- Anhang des Interview-Leitfadens
- 100 Einerwürfel des *Dienes-Materials* (alternativ: 100 Perlen, Muggelsteine o. ä.)
- ca. 40 Zettel aus Papier, etwa DIN-A-7-Format ("Schmierpapier")
- Stift

#### Archivierung des Interview-Protokolls

Es empfiehlt sich, die Interview-Protokolle während des Förderzeitraums aufzubewahren, um die Lernfortschritte der geförderten Schülerinnen und Schüler beobachten zu können.

#### Vorgehen bei der Durchführung der Bayreuther Förderdiagnostik

#### **Vorbereitung des Interviews**

- Organisieren Sie einen Raum, in dem Sie das Interview ungestört durchführen können.
- Engagieren Sie eventuell eine zweite Lehrkraft zur Anfertigung des Interview-Protokolls.
- Stellen Sie die Tische so, dass Sie neben dem Kind sitzen k\u00f6nnen und zudem noch gen\u00fcgend
   Platz f\u00fcr die ben\u00f6tigten Materialien zur Verf\u00fcgung steht.
- Legen Sie den Interview-Leitfaden, wenn möglich, in beschreibbarer digitaler Form bereit oder drucken Sie ihn alternativ doppelseitig aus. Sie benötigen für jedes Interview ein neues Exemplar.
- Drucken Sie die beiden Seiten des Anhangs aus. Dieser kann mehrfach verwendet werden.
- Legen Sie 100 Einerwürfel des *Dienes-Materials* (alternativ: 100 Muggelsteine o. ä.) bereit.
- Bereiten Sie für Aufgabe 7 zudem vier separate Häufchen zu je zehn Einerwürfeln vor.
- Legen Sie die Kärtchen bereit, auf denen die Aufgaben notiert werden.
- Legen Sie einen Stift bereit.

#### Beginn des Interviews

- Setzen Sie sich neben das Kind, nicht gegenüber. Achten Sie dabei darauf, dass das Kind die im Interview-Leitfaden angegebenen Musterlösungen nicht sehen kann.
- Stellen Sie gegebenenfalls alle Anwesenden vor.
- Erklären Sie dem Kind die folgenden Aspekte wörtlich oder sinngemäß:

"In unserem heutigen Gespräch möchte ich herausfinden, welche Mathematik-Aufgaben dir Schwierigkeiten bereiten, damit wir in der nächsten Zeit gezielt daran arbeiten können.

Die meisten Aufgaben schreibe ich dir auf diese Kärtchen. Bei einigen Aufgaben verwenden wir auch Material, z.B. diese Holzwürfel. Andere Aufgaben sollst du im Kopf ausrechnen.

Wir müssen in diesem Gespräch auch an deine Grenzen gehen, damit ich sehe, welche Aufgaben dir Probleme bereiten. Manche Aufgaben wirst du deshalb vielleicht als schwierig empfinden oder gar nicht lösen können – das ist vollkommen in Ordnung. Wenn du eine Aufgabe nicht verstehst, kannst du das gerne einfach sagen.

Es ist auch vollkommen in Ordnung, wenn du Aufgaben falsch löst. Ich möchte nämlich gar nicht herausfinden, wie viele Aufgaben du richtig löst, sondern wie du die Aufgaben löst: was du dir dabei vorstellst, wie du rechnest usw.

Ich werde dich deshalb immer wieder bitten, mir deine Gedanken und Lösungen zu erklären. Bitte versuche also, mir jeweils zu beschreiben, wie du auf deine Ergebnisse gekommen bist. Stell dir am besten vor, du würdest laut denken.

Hast du noch Fragen? Andernfalls beginnen wir jetzt mit der ersten Aufgabe."

Beginnen Sie das Interview.

#### **Durchführung des Interviews**

- Stellen Sie die Aufgaben in der vorgegebenen Reihenfolge.
- Vermeiden Sie Überforderung des Kindes und wahren Sie einen adäquaten zeitlichen Rahmen, indem Sie je nach Bedarf und völlig flexibel von den folgenden Differenzierungsmöglichkeiten Gebrauch machen:

<b>»</b>	Überspringen Sie mit diesem Symbol gekennzeichnete Teilaufgaben kommentarlos, sofern das Kind mit der vorherigen Teilaufgabe bereits überfordert ist. Gehen Sie in diesem Fall einfach zur nächsten Aufgabe über.
_ <b>_</b>	Stellen Sie mit diesem Symbol gekennzeichnete Teilaufgaben kommentarlos in der in eckigen Klammern angegebenen vereinfachten Form, sofern das Kind bei der vorherigen Teilaufgabe bereits Schwierigkeiten hat.

Überspringen Sie mit diesem Symbol gekennzeichnete Teilaufgaben kommentarlos, sofern das Kind die vorherige Teilaufgabe bereits problemlos gelöst hat. Gehen Sie in diesem Fall einfach zur nächsten Aufgabe über.

- Fordern Sie das Kind zum "Lauten Denken" auf und fragen Sie immer wieder nach, wenn der Lösungsweg oder die Gedankengänge des Kindes für Sie nicht unmittelbar ersichtlich sind. Dabei ist es wichtig, dass Sie das Kind wertfrei zum Weiterreden animieren. Mögliche Impulse sind beispielsweise:
  - o "Erkläre mir bitte, wie du das gerechnet hast."
  - o "Was hast du dir dabei vorgestellt?"
  - o "Warum hast du die Würfel in dieser Weise hingelegt?"
- Dokumentieren Sie die Antworten und beobachteten Verfahrensweisen des Kindes zeitgleich im Interview-Protokoll:
  - Kreuzen Sie jeweils an, ob die genannte Antwort des Kindes korrekt ist bzw. notieren Sie die genannte Lösung, falls diese fehlerhaft ist.
  - o Notieren Sie zusätzliche Erläuterungen des Kindes, die dessen Gedankengänge verdeutlichen, gegebenenfalls wörtlich oder stichpunktartig.
  - o Kreuzen Sie an, welche Verfahrensweisen Sie beobachtet haben bzw. ergänzen Sie beobachtete Verfahrensweisen, falls diese nicht aufgelistet sind.
  - o Notieren Sie gegebenenfalls weitere Beobachtungen, zum Beispiel emotionale Auffälligkeiten, sprachliche Schwierigkeiten, bemerkenswerte Fehlerphänomene etc.
  - Vermerken Sie gegebenenfalls, welche Aufgaben Sie übersprungen oder in vereinfachter Form gestellt haben.

	Aufgabe 17		Beherrsch	Beherrschen der Subtraktion			
<b>&gt;</b>	Benötigtes Material: 2 Kärtchen  Sagen Sie: "Bitte rechne die folgenden Aufgaben wieder möglichst vorteilhaft im Kopf."  c) Schreiben Sie 305 – 298 = auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Wieviel ist 305 – 298?"  [Schreiben Sie 25 – 18 = auf ein Kärtchen und sagen Sie: "Wieviel ist 25 – 18?"]						
	Korrekte Lösung:  7		Erläuterung des Probanden:  "Ich rechne einzeln: $2-1=1$ und $8-5=3$ "	Mögliche Verfahrensweisen des Probanden:  sicheres vorteilhaftes Kopfrechnen sicheres unvorteilhaftes Kopfrechnen zählendes Rechnen Zuhilfenahme der Finger (bei 8 – 5) Körperbewegungen (z. B. Kopfnicken) schriftliches Rechenverfahren im Kopf Ratlosigkeit Zifferuweises Rechnen	Sonstige Beobachtungen:  Nervosität  steigt bei  Subtraktious- aufgaben		

#### **Exemplarischer Auszug aus dem Interview-Protokoll**

- Verzichten Sie während des Interviews grundsätzlich auf Rückmeldungen bezüglich der Korrektheit der Antworten. Bewahren Sie einen positiv-neutralen Gesichtsausdruck und vermeiden Sie, soweit möglich, bestätigende oder korrigierende Kommentare.
- Entfernen Sie derzeit nicht benötigte Materialien nach Gebrauch jeweils wieder aus dem Sichtfeld des Kindes, um dessen Aufmerksamkeit nicht abzulenken.

#### **Beendigung des Interviews**

- Beenden Sie das Interview nach Wunsch mit einer kurzen Aufgabe Ihrer Wahl, bei der das Kind mit hoher Wahrscheinlichkeit ein Erfolgserlebnis hat.
- Würdigen Sie die Anstrengungen des Kindes: Bedanken Sie sich für seine Zeit und seine Bereitschaft, Ihnen einen Einblick in seine Gedankengänge und seine Schwierigkeiten zu gewähren.
- Nehmen Sie das angefertigte Interview-Protokoll für die anschließende Auswertung an sich.
- Sammeln Sie die verwendeten Materialien ein.
- Bereiten Sie die Materialien gegebenenfalls für das nächste Interview vor, falls Sie das Gespräch im Anschluss mit einer weiteren Schülerin bzw. einem weiteren Schüler durchführen.

## 3. Auswertung der Bayreuther Förderdiagnostik

#### **Generelle Hinweise**

#### **Zeitlicher Aufwand**

Der Auswertungsaufwand beträgt rund 25 Minuten pro Interview.

#### **Qualitative Auswertung**

Im Anschluss an das Interview wird das angefertigte Interview-Protokoll mittels des Auswertungsbogens qualitativ ausgewertet. Anstelle einer Vergabe von Punkten für korrekte Antworten wird dabei aufgabenspezifisch und aufgabenübergreifend resümiert, welche individuellen Lösungsstrategien, (Fehl-)Vorstellungen und Defizite während des Gesprächs beobachtet werden konnten.

#### Folgerungen aus der Auswertung

Als Resultat der Bayreuther Förderdiagnostik ergibt sich eine prägnante Übersicht über den individuellen Förderbedarf des Kindes, die zur Ableitung von Förderansätzen, für Elterngespräche und gegebenenfalls für die Konstellation von Fördergruppen genutzt werden kann.

#### Vorgehen bei der Auswertung

- Legen Sie einen Stift, das angefertigte Interview-Protokoll sowie den Auswertungsbogen zur Bayreuther Förderdiagnostik bereit.
- Füllen Sie zunächst die Vorderseite des Auswertungsbogens aus.
- Sichten Sie das Interview-Protokoll sodann noch einmal Aufgabe für Aufgabe und führen Sie die folgenden Schritte aus:

#### Erstellen des Fähigkeitsprofils

Bewerten Sie auf der Basis Ihrer Beobachtungen und Ihrer p\u00e4dagogisch-didaktischen Expertise die jeweilige Kompetenz des Kindes in den einzelnen Lernbereichen. Verwenden Sie zur Kennzeichnung des entsprechenden K\u00e4sstchens die folgende Codierung, um eine \u00fcbersichtliche Zusammenschau zu erhalten:

Grün oder 1: altersgemäße Kompetenz
Gelb oder 2: eingeschränkte Kompetenz
Orange oder 3: mangelhafte Kompetenz

Rot oder 4: keine Kompetenz

Berücksichtigen Sie bei Ihrer Kompetenzbewertung die Korrektheit der genannten Antworten, die beobachteten Vorgehensweisen und Rechenstrategien sowie die Anzahl an Teilaufgaben, die Sie überspringen oder in vereinfachter Form stellen mussten.

Lern- bereich	Auf- gabe	Fokussierter Lerninhalt	Kompetenz- bewertung*	Beschreibung des Förderbedarfs
	13	Operationsverständnis der Addition		Zählendes Rechnen
Addition	14	Beherrschen der Addition		überwinden  • Zahlzerlegungen
	15	Ergänzungsaufgaben der Addition		sichern

Exemplarischer Auszug aus dem Fähigkeitsprofil

 Fassen Sie zudem den individuellen F\u00f6rderbedarf des Kindes in den einzelnen Lernbereichen zusammen, indem Sie zu \u00fcberwindende Fehlvorstellungen, abzul\u00f6sende Rechenstrategien, aufzubauende Verst\u00e4ndnisse und Fertigkeiten, aufzuholende Lernr\u00fcckst\u00e4nde etc. stichpunktartig beschreiben.

#### Festhalten besonderer Auffälligkeiten

- Kreuzen Sie an, welche speziellen Auffälligkeiten Sie hinsichtlich individueller Verfahrensweisen beim Rechnen, gehäuft auftretender Fehlerphänomene, der emotionalen Konstitution sowie der sprachlichen Kompetenz des Probanden beobachten konnten.
- Ergänzen Sie nicht aufgeführte Beobachtungen gegebenenfalls selbständig.
- Zollen Sie den dokumentierten Aspekten in der anschließenden Förderung besondere Aufmerksamkeit.

Auftretende Fehlerphänomene				
<ul> <li>✓ Verzählfehler um 1 (z. B. 29 – 3 = 27)*</li> <li>☐ Reversionsfehler (z. B. 12 · 4 = 84)</li> <li>☐ Perseverationsfehler (z. B. 44 · 4 = 14)</li> <li>✓ Klappfehler (z. B. 24 – 7 = 23)</li> </ul>	☐ Operationsverwechslung (z. B. 43 – 6 = 49) ☐ Übertragfehler (z. B. 98 + 4 = 112) ☐ Stellenwertfehler (z. B. 115 – 7 = 18) ☐ *bei der Subtraktion			
Emotionale Konstitution:				
☐ Unsicherheit auch bei korrekten Autworten	☐ Frustration			
🛮 Anspannung 📗 u.a. bei	☐ Resignation			
☑ Überforderung   großen Zahlen	☐ Ablehnung			
☐ Demotivation				

#### **Exemplarische Dokumentation besonderer Auffälligkeiten**

#### Festlegen von Förderzielen

- Leiten Sie aus der Auswertung drei bis fünf realisierbare Förderziele ab, an denen Sie in den folgenden Monaten arbeiten möchten, und notieren Sie diese.
- Setzen Sie im Fall von gravierenden Defiziten Prioritäten auf der Grundlage Ihres pädagogischen Ermessens. Bedenken Sie dabei, dass die drei Kategorien (also das Verständnis der natürlichen Zahlen, des Stellenwertsystems und der Rechenoperationen) in der Förderung in chronologischer Reihenfolge aufgearbeitet werden sollten.

# Bayreuther Förderdiagnostik

zur Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Mathematikunterricht

Auswertungsbogen –

Name: _	 	 
Klasse:	 	 
Datum:		

Testleitende Lehrkraft Unterschrift

# 1. Fähigkeitsprofil

I. Verständnis der natürlichen Zahlen				
Lern- bereich	Auf- gabe	Fokussierter Lerninhalt	Kompetenz- bewertung*	Beschreibung des Förderbedarfs
Kardinaler	1	Mengen- vergleich		
Zahlaspekt	2	Mengen- beurteilung		
Ordinaler	3	Zähl- fertigkeiten		
Zahlaspekt	4	Zahlen- strahl		
Zahl- beziehungen	5	Zahl- zerlegung		
	6	Halbieren und Verdoppeln		

II. Verständnis des Stellenwertsystems					
Lern- bereich	Auf- gabe	Fokussierter Lerninhalt	Kompetenz- bewertung*	Beschreibung des Förderbedarfs	
Dekadisches	7	Dekadisches Entbündeln			
Bündelungs- prinzip	8	Dekadisches Bündeln			
Stellenwert-	9	Dezimales Stellenwertsystem			
verständnis	10	Große Zahlen			
Nutzen von	11	Stellenwertbezogene Seriation			
Stellenwert- beziehungen	12	Stellenwertbezogener Transfer			

III. Verständnis der Rechenoperationen				
Lern- bereich	Auf- gabe	Fokussierter Lerninhalt	Kompetenz- bewertung*	Beschreibung des Förderbedarfs
	13	Operationsverständnis der Addition		
Addition	14	Beherrschen der Addition		
	15	Ergänzungsaufgaben der Addition		
	16	Operationsverständnis der Subtraktion		
Subtraktion	17	Beherrschen der Subtraktion		
	18	Ergänzungsaufgaben der Subtraktion		
	19	Operationsverständnis der Multiplikation		
Multiplikation	20	Beherrschen der Multiplikation		
	21	Ergänzungsaufgaben der Multiplikation		
	22	Operationsverständnis der Division		
Division	23	Beherrschen der Division		
	24	Ergänzungsaufgaben der Division		

<sup>\*</sup> Verwenden Sie hier die folgende Codierung:



# 2. Besondere Auffälligkeiten

# Individuelle Verfahrensweisen beim Rechnen

Zählendes Rechnen:	Strategisches Rechnen:
☐ Mentales Zählen	☐ Anwendung vorteilhafter Verfahren:
□ Lautes / flüsterndes Zählen	<ul><li>meist Anwendung mit Fehlern</li><li>meist Anwendung ohne Fehler</li></ul>
□ Zählen mit Körperbewegungen:	☐ Anwendung unvorteilhafter Verfahren:
Aufklappen der Finger     Deutschungen der Finger	o meist Anwendung mit Fehlern
<ul><li>Bewegungen der Finger</li><li>Kopfnicken</li></ul>	o meist Anwendung ohne Fehler
Bewegungen der Augen	<ul><li>☐ Anwendung algorithmischer Verfahren:</li><li>○ meist Anwendung mit Fehlern</li></ul>
0	<ul> <li>meist Anwendung int Fehler</li> </ul>
Auftretende Fehlerphänomene	
□ Verzählfehler um 1 (z. B. 29 – 3 = 27)	☐ Operationsverwechslung (z. B. 43 – 6 = 49)
☐ Reversionsfehler (z. B. 12 · 4 = 84)	☐ Übertragfehler (z.B. 98 + 4 = 112)
☐ Perseverationsfehler (z.B. 44 : 4 = 14)	☐ Stellenwertfehler (z. B. 115 – 7 = 18)
☐ Klappfehler (z. B. 24 – 7 = 23)	
Emotionale Konstitution:	
☐ Unsicherheit	☐ Frustration
□ Anspannung	☐ Resignation
□ Überforderung	☐ Ablehnung
☐ Demotivation	
Sprachliche Kompetenz:	
☐ Verständnisschwierigkeiten	☐ mangeInde Kommunikationsbereitschaft
☐ Ausdrucksschwierigkeiten	
3. Förderziele	
	<del>-</del>
	<del></del>

Etwa 5% der Schülerinnen und Schüler haben besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen, die als Rechenschwäche bezeichnet werden. Rechenschwäche entsteht, wenn Kinder in der Grundschule kein tragfähiges Verständnis für die natürlichen Zahlen, das Stellenwertsystem und die Rechenoperationen ausbilden. Derartige Defizite können durch bloßes Üben und undifferenziertes Weiterlernen im regulären Unterricht nicht ausgeglichen werden. Rechenschwache Schülerinnen und Schüler benötigen also sowohl in der Primarstufe als auch in der Sekundarstufe eine spezifische Förderung zum Umgang mit natürlichen Zahlen.

Um den individuellen Förderbedarf von betroffenen Kindern und Jugendlichen erfassen und ihnen anschließend zielgerichtet helfen zu können, sind diagnostische Verfahren notwendig, die von Mathematik-Lehrkräften im Rahmen des regulären Schulalltags durchgeführt werden können.

Zu genau diesem Zweck wurde das Bayreuther Testpaket zur Erfassung von Rechenschwäche im Mathematikunterricht entwickelt. Es umfasst zwei diagnostische Verfahren für den Einsatz in der Sekundarstufe, die von Lehrkräften kostenfrei verwendet werden dürfen. Die vorliegende Handreichung soll Lehrkräften somit Mut machen, die Diagnostik von Rechenschwäche als Teil des eigenen Unterrichts zu sehen.

